

Équivalence topologique entre mesures de proximité

Djamel Abdelkader Zighed*, Rafik Abdesselam**, Ahmed Bounekkar***

Laboratoire ERIC, Université Lumière Lyon 2
5 Avenue Pierre Mendès-France, 69676 Bron Cedex, France

*abdelkader.zighed@univ-lyon2.fr,
<http://eric.univ-lyon2.fr/~zighed>

**rafik.abdesselam@univ-lyon2.fr

<http://eric.univ-lyon2.fr/11-fr-membre-rafik.abdesselam>

***ahmed.bounekkar@univ-lyon1.fr
<http://eric.univ-lyon2.fr/>

Résumé. Le choix d'une mesure de proximité entre objets a un impact direct sur les résultats de toute opération de classification, de comparaison, d'évaluation ou de structuration d'un ensemble d'objets. Pour un problème donné, l'utilisateur est amené à choisir une parmi les nombreuses mesures de proximité existantes. Or, selon la notion d'équivalence choisie, comme celle basée sur les préordonnances, certaines sont plus ou moins équivalentes. Dans cet article, nous proposons une nouvelle approche pour comparer les mesures de proximité. Celle-ci est basée sur l'équivalence topologique. A cet effet, nous introduisons un nouveau concept baptisé équivalence topologique. Ce dernier fait appel à la structure de voisinage local. Nous proposons alors de définir l'équivalence topologique entre deux mesures de proximité à travers la structure topologique induite par chaque mesure. Nous établissons ensuite des liens formels avec l'équivalence en pré-ordonnance. Les deux approches sont comparées sur le plan théorique et sur le plan empirique. Nous illustrons le principe de cette comparaison sur un exemple simple pour une quinzaine de mesures de proximités de la littérature.

1 Introduction

Comparer des objets, des situations ou des idées sont des tâches essentielles pour identifier quelque chose, évaluer une situation, structurer un ensemble d'éléments matériels ou abstraits etc. En un mot pour comprendre et agir, il faut savoir comparer. Cette comparaison, que le cerveau accomplit naturellement, doit cependant être explicitée si l'on veut la faire accomplir à une machine. Pour cela, on fait appel aux mesures de proximité.

Les mesures de proximité sont caractérisées par des propriétés mathématiques précises. Sont-elles, pour autant, toutes équivalentes ? Peuvent-elles être utilisées dans la pratique de manière indifférenciée ? Autrement dit, est-ce que, par exemple, la mesure de proximité entre individus plongés dans un espace multidimensionnel comme R^p , influence ou pas le résultat des opérations comme la classification en groupes ou la recherche des k-plus-proches voisins ?