Agrégation de systèmes de fermetures: cas des hiérarchies, topologies et géométries convexes.

Florent Domenach*

*Computer Science Department, Université de Nicosie, 46 Makedonitissas Av., 1700 Nicosie, Chypre, domenach.f@unic.ac.cy

1 Introduction

Nous considérons le problème où étant donné un k-uple $\mathcal{C}^* = (\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, ..., \mathcal{C}_k)$ de classifications du même type (hiérarchies, géométries convexes), on cherche une classification consensus, representative de $\mathcal{C}^*$. Lorsque la fonction consensus C opérant sur un k-uple $\mathcal{F}^* = (\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, ..., \mathcal{F}_k)$ de systèmes de fermeture d'un type particulier satisfait deux axiomes liés aux conditions d'Adams (Adams , 1986), on peut ajuster $C(\mathcal{F}^*)$ à un système de fermeture du même type (Domenach et Leclerc , 2007).

2 Cryptomorphismes de systèmes de fermeture

Soit S un ensemble fini, et $\mathcal{P}(S)$ l'ensemble de tous les sous-ensembles de S. Une classification peut être considérée comme une famille $\mathcal{C}$ de sous-ensembles (classes) sur S. On définit une famille $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(S)$ comme un *système de fermeture* sur S si S appartient à la famille et si elle est $\cap$-stable. Un cryptomorphisme des systèmes de fermeture sont les *systèmes implicatifs complets*, relations binaires sur $\mathcal{P}(S)$ satisfaisant $B \subseteq A$ implique $A \to B$, $A \to B$ et $B \to C$ impliquent $A \to C$, et $A \to B$ et $C \to D$ impliquent $A \cup C \to B \cup D$.

Un système de fermeture $\mathcal{F}$ est *hiérarchique* si $F, F' \in \mathcal{F}$ impliquent $F \cap F' \in \{\emptyset, F, F'\}$ et si $\{s\} \in \mathcal{F}$ pour tout $s \in S$, ou possède les propriétés suivantes sur son système implicatif : (IE) :$\forall A \subseteq S$, $A \neq \emptyset$, $\emptyset \not\to A$, (IS) : $\forall s \in S, A \subseteq S$, $\{s\} \notin A$, $\{s\} \not\to A$ et (IT) : $\forall A, B, C \subseteq S$, si $A \cap B \neq \emptyset$ alors $A \cup B \to C$ implique $A \to C$ ou $B \to C$. De même, $\mathcal{F}$ est une *topologie* si $F, F' \in \mathcal{F}$ impliquent $F \cup F' \in \mathcal{F}$ et si $\emptyset \in \mathcal{F}$, i.e. satisfaisant (IE) et (ID) : $s \in S, A \subseteq S$ et $A \to s$ impliquent $\exists a \in A : a \to s$. Enfin, $\mathcal{F}$ est une *géométrie convexe* si $\emptyset \in \mathcal{F}$ et si, pour tout $F \in \mathcal{F}$, il y a un plus petit (pour l'ordre d'inclusion) sous-ensemble B de S tel que $\varphi(B) = F$, ou si elle satisfait (IC) : $\forall A, B, C \subseteq S$: $A \subseteq C$ et $B \subseteq C$, $A \to B$ et $B \to C$ impliquent $A \cap B \to C$.

3 Consensus fréquents de systèmes de fermeture

Lorsqu'on considère l'agrégation d'un profil $\mathcal{F}^* = (\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, ..., \mathcal{F}_k)$ de systèmes de fermetures en un système de fermeture consensus $\mathcal{F}$, avec tous les $\mathcal{F}_i$ d'un type particulier, une