

Validation d'une carte cognitive

Aymeric Le Dorze, Laurent Garcia, David Genest, Stéphane Loiseau

LERIA - Université d'Angers
2 boulevard Lavoisier 49045 Angers Cedex 01
{ledorze,garcia,genest,loiseau}@info.univ-angers.fr

Résumé. Les cartes cognitives sont un modèle graphique représentant des influences entre des concepts. Malgré le fait qu'une carte cognitive soit relativement simple à construire, certaines influences peuvent se contredire l'une l'autre. Cet article propose différents critères pour valider une carte cognitive, c'est-à-dire indiquer si la carte contient ou non des contradictions. Nous distinguons deux types de critères : les critères de vérification qui valident une carte cognitive en déterminant sa cohérence interne et les critères de test qui valident une carte à partir d'un ensemble de contraintes choisies par le concepteur.

1 Introduction

Les cartes cognitives (Axelrod, 1976) sont un modèle de base de connaissances populaire pour aider à la prise de décision. Elles fournissent un moyen de communication visuel facile pour analyser un système complexe. Elles ont été utilisées dans de nombreux domaines, tels que la biologie, la sociologie, la politique. . . Une carte cognitive est un graphe où chaque nœud est un *concept* et des *influences* étiquettent chacune un arc avec une *valeur*. Celle-ci appartient à un ensemble prédéfini qui peut contenir des valeurs symboliques tel que $\{+, -\}$ (Axelrod, 1976) ou $\{nul, faible, moyen, fort\}$ (Dickerson et Kosko, 1994) ou qui peut être un intervalle tel que $[-1, 1]$ (Kosko, 1986). En combinant les valeurs des influences composant les chemins entre deux concepts, il est possible de calculer l'*influence propagée* entre ces deux concepts.

Il est difficile pour un concepteur de construire une carte cognitive tout en assurant sa qualité. En effet, il arrive parfois que deux chemins d'influence entre deux concepts mènent à des conclusions qui se contredisent. Cet article propose une méthode pour *valider* la qualité d'une carte cognitive. La validation est basée sur un *critère de qualité* qui est utilisé pour contrôler une base de connaissances. La validation est souvent partagée en deux catégories : la vérification et le test (Ayel et Laurent, 1991). La *vérification* est basée sur un critère qui ne nécessite pas d'information externe, autrement dit ce type de critère dépend uniquement de la cohérence interne de la base. Le *test* est basé sur un critère qui nécessite de l'information externe, comme une *spécification de contraintes*. Il y a eu de nombreux travaux sur des bases de connaissances mais il n'y a pas eu de travaux dédiés à la validation des cartes cognitives à notre connaissance. Pour vérifier une carte cognitive, cet article introduit la notion de carte non-ambiguë. Une carte cognitive est *non-ambiguë* si pour toute paire de concepts, les influences propagées sur les différents chemins entre ces deux concepts ne sont pas contradictoires avec l'influence propagée entre ces deux concepts. Pour tester une carte cognitive, cet article introduit la notion

de carte cognitive cohérente. Pour cela, une spécification est définie. L'idée est de construire cette spécification sur une *hiérarchie* de concepts telle que les concepts les plus bas dans la hiérarchie sont les concepts de la carte. Grâce à cette hiérarchie et à la carte, on peut calculer l'*influence hiérarchique* (Chauvin et al., 2011) entre deux concepts de la hiérarchie selon les influences propagées entre les concepts spécialisant ces deux concepts dans la carte. Une *spécification* est un ensemble de contraintes. Une *contrainte* est un triplet fait d'un concept source et d'un concept destination appartenant tout deux à la hiérarchie ainsi que d'une valeur. Une carte cognitive est *cohérente* avec une contrainte si la valeur de cette contrainte n'est pas contradictoire avec celle de l'influence hiérarchique entre les deux concepts. Cette même carte est cohérente avec une spécification si elle est cohérente avec l'ensemble des contraintes.

Dans la partie 2, le modèle classique des cartes cognitives ainsi que l'influence propagée entre deux concepts sont rappelés. Dans la partie 3, nous décrivons comment vérifier une carte cognitive. Dans la partie 4, nous décrivons comment tester une carte cognitive.

2 Carte cognitive

Une carte cognitive est un graphe orienté dans lequel les nœuds sont des concepts, représentés par de brefs textes. Les arcs représentent les influences entre ces concepts et sont étiquetés par une valeur d'influence appartenant à un ensemble de valeurs prédéfini.

Definition 1 (Carte cognitive) Une carte cognitive définie sur un ensemble de concepts C et un ensemble de valeurs I est un graphe orienté $CM = (C, A, \text{eti}_{q_I})$ où les concepts de C sont les nœuds du graphe, $A \subseteq C \times C$ est un ensemble d'arcs appelés influences qui lient les concepts et $\text{eti}_{q_I}: A \rightarrow I$ est une application étiquetant chaque arc de A avec une valeur de I .

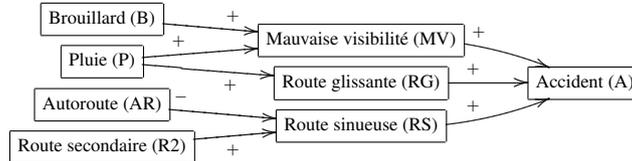


FIG. 1 – Une carte cognitive simple (Carte1).

Exemple 1 Carte1 (figure 1) est définie sur l'ensemble de valeurs $I = \{+, -\}$. Cette carte représente quelques causes d'accident de la route. La valeur $+$ représente une influence positive. La valeur $-$ représente une influence négative. Ainsi, si on considère les concepts P (Pluie) et RG (Route glissante), circuler sous la pluie augmente les risques que la route soit glissante.

L'influence propagée d'un concept sur un autre est calculée selon les chemins d'influences minimaux entre les concepts et l'influence propagée sur chacun de ces chemins.

Definition 2 (Chemin d'influence) Soient $c_1, c_2 \in C$ deux concepts. On appelle chemin d'influence de c_1 à c_2 une séquence (de longueur $k \geq 1$) d'influences $(u_i, v_i) \in A$ telle que $u_1 = c_1, v_k = c_2$ et $\forall i \in [1; k - 1], v_i = u_{i+1}$. Un chemin d'influence p de c_1 à c_2 est dit minimal ssi il n'y a pas de chemin d'influence p' de c_1 à c_2 tel que p' est une sous-séquence de p . On note \mathcal{P}_{c_1, c_2} l'ensemble des chemins minimaux de c_1 à c_2 .

L'influence propagée \mathcal{IP} sur un chemin d'influence p est la valeur de l'influence d'un concept sur un autre suivant ce chemin (Genest et Loiseau, 2007).

Definition 3 (Influence propagée sur un chemin)

$$\mathcal{IP}(p) = \bigwedge_{(u,v) \text{ de } p} \text{eti}_{\mathcal{I}}((u,v)), \text{ avec } \begin{array}{|c|c|c|} \hline \wedge & + & - \\ \hline + & + & - \\ \hline - & - & + \\ \hline \end{array}$$

L'influence propagée \mathcal{I} entre deux concepts c_1 et c_2 agrège les influences propagées sur chacun des chemins minimaux entre ces deux concepts. Cette influence propagée introduit deux nouvelles valeurs. La valeur 0 signifie qu'il n'y a pas d'influence entre les deux concepts. La valeur ? signifie que l'influence entre les deux concepts est contradictoire : il existe deux chemins entre les concepts tels que leurs influences propagées sont opposées.

Definition 4 (Influence propagée entre deux concepts)

$$\mathcal{I}(c_1, c_2) = \begin{cases} \bigvee_{p \in \mathcal{P}_{c_1, c_2}} \mathcal{IP}(p) & \text{si } \mathcal{P}_{c_1, c_2} \neq \emptyset \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, \text{ avec } \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \vee & + & - & ? \\ \hline + & + & ? & ? \\ \hline - & ? & - & ? \\ \hline ? & ? & ? & ? \\ \hline \end{array}$$

Exemple 2 Dans Carte1, il y a deux chemins minimaux entre Pluie et Accident : $p_1 = \{P \rightarrow MV \rightarrow A\}$ et $p_2 = \{P \rightarrow RG \rightarrow A\}$. L'influence propagée entre Pluie et Accident est :

$$\mathcal{I}(P, A) = \mathcal{IP}(p_1) \vee \mathcal{IP}(p_2) = (+ \wedge +) \vee (+ \wedge +) = +$$

3 Vérification d'une carte cognitive

Pour vérifier une carte cognitive, deux critères de qualité sont proposés : la propreté et la non-ambiguïté. Avant de définir ces critères, nous devons définir la *non-contradiction* entre une valeur et une autre. Une valeur est *contradictoire* avec une autre si elle exprime une information qui est opposée à l'autre. Avec l'ensemble de valeurs $\{+, -\}$, une contradiction apparaît donc dès que deux valeurs sont différentes¹.

Definition 5 (Non-contradiction) Soient $i_1, i_2 \in I$ deux valeurs. i_1 est non-contradictoire avec i_2 , noté $i_1 \triangleleft i_2$, ssi $i_1 = i_2$.

Une carte cognitive est *propre* si l'influence directe entre deux concepts n'est pas contradictoire avec l'influence propagée entre ces deux concepts.

Definition 6 (Carte cognitive propre) CM est une carte cognitive propre ssi :

$$\forall (c_1, c_2) \in A, \mathcal{IP}(c_1, c_2) \triangleleft \text{eti}_{\mathcal{I}}((c_1, c_2))$$

La *non-ambiguïté* vérifie que les valeurs d'influences propagées sur les chemins entre deux concepts sont non-contradictories avec la valeur de l'influence propagée entre ces concepts.

Definition 7 (Carte cognitive non-ambiguë) CM est une carte cognitive non-ambiguë ssi :

$$\forall c_1, c_2 \in C, \forall p \in \mathcal{P}_{c_1, c_2}, \mathcal{IP}(p) \triangleleft \mathcal{I}(c_1, c_2)$$

Exemple 3 La carte cognitive de gauche de la figure 2 est non-propre tandis que la carte cognitive de droite est propre mais ambiguë.

1. Cette notion de non-contradiction peut être redéfinie selon les besoins de l'utilisateur.

Validation d'une carte cognitive

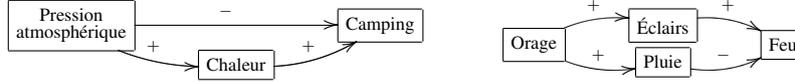


FIG. 2 – Exemples de cartes cognitives non-propres et ambiguës.

4 Test d'une carte cognitive

Pour tester une carte cognitive, trois nouvelles notions doivent être introduites : les notions de *hiérarchie*, de *contrainte* et de *spécification*. Une spécification et une hiérarchie sont fournies par le concepteur en vue de la validation de la carte cognitive.

Une *hiérarchie* $H = (C, \preceq)$ est un ensemble de concepts C associé à une relation de pré-ordre \preceq de simple héritage. Les concepts élémentaires d'un ensemble de concepts selon une hiérarchie sont les feuilles des arbres représentant la relation d'héritage.

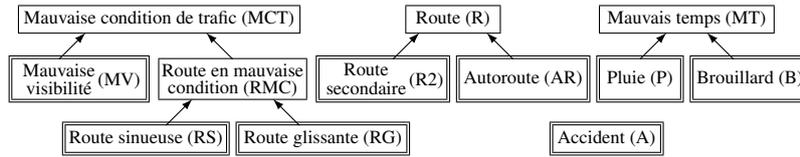


FIG. 3 – Une hiérarchie de concepts (H1).

Exemple 4 H1 (figure 3) est une hiérarchie ordonnant quelques concepts. Les concepts élémentaires de H1 apparaissent doublement encadrés.

L'influence ontologique (Chauvin et al., 2011) permet de calculer l'influence entre deux concepts d'une ontologie dans une carte cognitive ontologique. Ces définitions peuvent s'appliquer à la notion de hiérarchie moyennant une adaptation. On note $\text{elem}_H(c)$ les concepts élémentaires plus petits qu'un concept c selon la hiérarchie H . L'influence hiérarchique entre deux concepts est définie comme une agrégation des influences propagées entre tous les concepts élémentaires du premier concept et ceux du second concept. L'influence hiérarchique introduit elle aussi deux nouvelles valeurs : la valeur \oplus signifie que l'influence entre deux concepts n'est pas négative et la valeur \ominus signifie que l'influence entre deux concepts n'est pas positive.

Definition 8 (Influence hiérarchique entre deux concepts selon une hiérarchie) Soient $c_1, c_2 \in C$ deux concepts. L'influence hiérarchique entre c_1 et c_2 selon H est :

$$\mathcal{I}_H(c_1, c_2) = \bigotimes_{\substack{c'_1 \in \text{elem}_H(c_1) \\ c'_2 \in \text{elem}_H(c_2)}} \mathcal{I}(c'_1, c'_2), \text{ avec}$$

\ominus	+	\oplus	0	\ominus	-	?
+	+	\oplus	\oplus	?	?	?
\oplus	\oplus	\oplus	\oplus	?	?	?
0	\oplus	\oplus	0	\ominus	\ominus	?
\ominus	?	?	\ominus	\ominus	\ominus	?
-	?	?	\ominus	\ominus	-	?
?	?	?	?	?	?	?

Exemple 5 Les concepts élémentaires associés au concept MT selon H1 sont P et B et ceux associés à MCT sont MV, RS et RG. L'influence hiérarchique selon H1 entre Mauvais temps et Mauvaise condition de trafic est alors : $\mathcal{I}_H(MT, MCT) = \oplus$

Les *contraintes* spécifient des influences attendues entre deux concepts de la hiérarchie. Une contrainte est un triplet $c = \langle c_1, c_2, s \rangle$ où c_1 et c_2 sont deux concepts et s une valeur. Une *spécification* construite sur la hiérarchie $H = (C, \preceq)$ et l'ensemble de valeurs $I^+ = \{+, \oplus, 0, \ominus, -, ?\}$ est un ensemble de contraintes $\langle c_1, c_2, s \rangle$ telles que $c_1, c_2 \in C$ et $s \in I^+$.

Exemple 6 Soient les contraintes $C_1 = \langle MCT, A, + \rangle$ et $C_2 = \langle MT, MCT, + \rangle$. $SI = \{C_1, C_2\}$ construite sur $H1$ et $\{+, \oplus, 0, \ominus, -, ?\}$ est une spécification.

Pour tester une carte cognitive, deux critères de qualité sont proposés : la cohérence et la compatibilité. Une carte cognitive est *cohérente* avec une contrainte si l'influence hiérarchique entre les concepts d'une contrainte n'est pas contradictoire avec la valeur de cette contrainte.

Definition 9 (Carte cognitive cohérente avec une spécification selon une hiérarchie) CM est cohérente avec $c = \langle c_1, c_2, s \rangle$ selon H ssi $\mathcal{I}_H(c_1, c_2) \triangleleft s$. CM est cohérente avec $Spec$ selon H ssi CM est cohérente avec toutes les contraintes de $Spec$ selon H .

Parfois, imposer une valeur stricte à une influence hiérarchique par l'intermédiaire d'une contrainte peut être trop contraignant pour l'utilisateur. Celui-ci peut préférer indiquer simplement que l'influence doit être proche de la valeur de la contrainte. Ainsi, plutôt que de vérifier si deux valeurs sont non-contradictoires, nous allons vérifier leur *compatibilité*. Intuitivement, les valeurs positives sont incompatibles avec les négatives et inversement. Pour les valeurs extrêmes situées aux bornes telles que $+$ ou 0 , la notion de compatibilité devient plus discutable. Si un utilisateur spécifie une contrainte ayant pour valeur $+$, nous considérons qu'il ne s'attend pas à obtenir 0 . Si c'était le cas, il aurait plutôt dû fournir par exemple une contrainte de valeur \oplus . Enfin, nous considérons que la valeur $?$ n'est compatible qu'avec elle-même.

Definition 10 (Compatibilité d'une valeur) Soient $i_1, i_2 \in I^+$ deux valeurs. On définit que i_1 est compatible avec i_2 , noté $i_1 \blacktriangleleft i_2$, tel que :

\blacktriangleleft	$+$	\oplus	0	\ominus	$-$	$?$	\blacktriangleleft	$+$	\oplus	0	\ominus	$-$	$?$
$+$	✓	✓	×	×	×	×	\ominus	×	×	✓	✓	✓	×
\oplus	✓	✓	✓	×	×	×	$-$	×	×	×	✓	✓	×
0	×	✓	✓	✓	×	×	$?$	×	×	×	×	×	✓

On définit la *compatibilité* d'une carte cognitive avec une spécification de manière similaire à la cohérence en utilisant cette fois la notion de compatibilité.

Definition 11 (Carte cognitive compatible avec une spécification selon une hiérarchie) CM est compatible avec $c = \langle c_1, c_2, s \rangle$ selon H ssi $\mathcal{I}_H(c_1, c_2) \blacktriangleleft s$. CM est compatible avec $Spec$ selon H ssi CM est compatible avec toutes les contraintes de $Spec$ selon H .

Exemple 7 Carte1 est cohérente avec C_1 selon $H1$ car $\mathcal{I}_H(MCT, A) = +$. Cependant, elle n'est pas cohérente avec C_2 car $\mathcal{I}_H(MT, MCT) = \oplus$. Ainsi, elle n'est pas cohérente avec SI . En revanche, elle est compatible avec C_1 puisqu'elle est cohérente avec C_1 et est aussi compatible avec C_2 car $\mathcal{I}_H(MT, MCT) \blacktriangleleft +$. Ainsi, Carte1 est compatible avec SI .

Conclusion

Nous avons présenté une formalisation de la validation des cartes cognitives pour laquelle nous avons introduit les critères de propreté et de non-ambiguïté. Le modèle des cartes cognitives est associé à une hiérarchie de manière à pouvoir tester la cohérence ainsi que la compatibilité d'une carte par rapport à une spécification de contraintes.

Validation d'une carte cognitive

Nos critères ne sont définis que sur l'ensemble de valeurs $\{+, -\}$. En utilisant une autre définition de la non-contradiction, on peut facilement les étendre à d'autres ensembles de valeurs, comme par exemple ceux cités dans l'introduction.

Nous avons testé nos critères sur des cartes issues du monde de la pêche (Christiansen, 2011). Les auteurs avaient défini des critères pour repérer des contradictions mais ceux-ci n'étaient pas spécifiquement adaptés au modèle des cartes cognitives. Nos critères ont permis de détecter entre autres les contradictions déjà repérées par les auteurs.

Plusieurs exploitations de ces critères sont possibles. Une première consiste simplement à indiquer qu'une carte cognitive doit être corrigée par le concepteur. Une seconde est de montrer à l'utilisateur quelles influences de la carte cognitive apportent le plus de controverse pour potentiellement ouvrir une séance de brainstorming sur ces points.

Références

- Axelrod, R. M. (1976). *Structure of decision: the cognitive maps of political elites*. N.J.: Princeton.
- Ayel, M. et J.-P. Laurent (1991). *Validation, verification and test of knowledge-based systems*. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, Inc.
- Chauvin, L., D. Genest, A. L. Dorze, et S. Loiseau (2011). Cartes cognitives : une exploitation à base d'échelle, vue et profil. *Extraction et gestion des connaissances (EGC), Actes, 25 au 29 janvier 2011, Brest, France RNTI-E-20*, 503–514.
- Christiansen, G. (2011). Modélisation du savoir portée par les acteurs d'un système : application aux pêcheurs à la coquille en rade de Brest. Master's thesis, Agrocampus Ouest Saint-Brieuc France.
- Dickerson, J. A. et B. Kosko (1994). Virtual worlds as fuzzy cognitive maps. *Presence* 3(2), 73–89.
- Genest, D. et S. Loiseau (2007). Modélisation, classification et propagation dans des réseaux d'influence. *Technique et Science Informatiques* 26(3-4), 471–496.
- Kosko, B. (1986). Fuzzy cognitive maps. *International Journal of Man-Machines Studies* 24, 65–75.

Summary

Cognitive maps are a graphical model that represents concepts linked by influences. Despite the fact that a cognitive map is quite simple to build, some influences may contradict each other. This paper provides some quality criteria to validate a cognitive map. These criteria indicates if a map do or do not contain contradictions. There are two kinds of quality criteria: the verification validates a cognitive map by computing its internal coherency and the test validates a map from a set of constraints provided by the designer.