Le FIA: un nouvel automate permettant l'extraction efficace d'*itemsets* fréquents dans les *flots de données*

Jean-Émile SYMPHOR*, Alban MANCHERON*, Lionel VINCESLAS* et Pascal PONCELET**

*GRIMAAG, Université des Antilles et de la Guyane, Martinique, France.
{je.symphor;alban.mancheron;lionel.vinceslas}@martinique.univ-ag.fr

** EMA-LG2IP/site EERIE, Parc Scientifique Georges Besse, 30035 Nîmes Cedex, France.
pascal.poncelet@ema.fr

Résumé. Le FIA (*Frequent Itemset Automaton*) est un nouvel automate qui permet de traiter de façon efficace la problématique de l'extraction des itemsets fréquents dans les *flots de données*. Cette structure de données est très compacte et informative, et elle présente également des propriétés incrémentales intéressantes pour les mises à jour avec une granularité très fine. L'algorithme développé pour la mise à jour du FIA effectue un unique passage sur les données qui sont prises en compte tout d'abord par *batch* (*i.e.*, itemset par itemset), puis pour chaque itemset, item par item. Nous montrons que dans le cadre d'une approche prédictive et par l'intermédiaire de la bordure statistique, le FIA permet d'indexer les itemsets véritablement fréquents du *flot* en maximisant le rappel et en fournissant à tout moment une information sur la pertinence statistique des itemsets indexés avec la P-valeur.

1 Introduction

L'extraction d'itemsets fréquents est une problématique de recherche qui intéresse la communauté fouille de données depuis plus d'une dizaine d'années et intervient pour la recherche de règles d'association, de motifs séquentiels ou encore d'itemsets maximaux. Les premiers à traiter cette question furent Agrawal et Srikant (1994), ils ont été suivis en ce sens par Han et al. (2000). Traditionnellement, les différents algorithmes proposés dans la littérature reposent sur des structures de données de type arbre ou encore treillis (*e.g.* : `A-priori` (Agrawal et Srikant, 1994), `FP-growth` (Han et al., 2000), ...). La problématique de recherche de motifs (*i.e.*, une généralisation des itemsets) apparaît dans des domaines aussi variés que la bioinformatique ou la fouille de textes. En ce qui concerne ce dernier, de nouvelles structures de données, basées sur des automates sont apparues afin d'extraire les sous-séquences communes à une ensemble de textes (Troníček, 2002). Par exemple, Hoshino et al. (2000) ont introduit, un nouvel automate déterministe et acyclique : le SA (Subsequence Automaton) qui permet de reconnaître toutes les sous-séquences d'un ensemble de textes. L'un des problèmes principaux auxquels doit faire face une approche d'extraction de motifs est de disposer de structures qui soient suffisamment compactes et informatives afin de minimiser l'explosion combinatoire liée à d'importants espaces de recherche. En effet, l'applicabilité des algorithmes

proposés peut être remise en question en raison des coûts trop prohibitifs en temps de calcul et en espace mémoire utilisé. Le premier objectif de cet article est d'apporter une réponse à la question suivante : est-il possible de trouver de nouvelles structures de données, suffisamment informatives et compactes, pour extraire de façon efficace les itemsets fréquents ?

Récemment, pour faire face au fait que les données peuvent être disponibles sous la forme de flots qui arrivent de manière continue et sont éventuellement en quantités infinies, les chercheurs de la communauté fouille de données se sont intéressés à l'extraction de connaissance dans de telles conditions. De nombreuses applications (*e.g.* transactions financières, navigation sur le Web, téléphonie mobile, ...) rentrent dans ce cadre et nécessitent d'obtenir des résultats rapidement. Dans le cas de la problématique d'extraction d'itemsets fréquents, la prise en compte de données disponibles sous la forme de flots engendre de nouvelles problématiques. En premier lieu, il est indispensable de considérer les aspects liés à la mise à jour. En effet, étant donné que les données arrivent de manière continue, la base de données est sujette à des mises à jour régulières et fréquentes. Ainsi, la connaissance obtenue pour une base à un moment donné n'est plus forcément valable lorsque de nouvelles données arrivent et il n'est pas envisageable de relancer l'algorithme sur toute la base mise à jour. La maintenance de connaissance incrémentale a, par exemple, été étudiée dans Masséglia et al. (2003) où les auteurs proposent de maintenir la connaissance au fur et à mesure des mises à jour successives. Malheureusement, tous les travaux de recherche basés sur une approche incrémentale ne sont pas adaptés aux flots dans la mesure où nous ne pouvons pas disposer de la base dans son intégralité. Il est donc nécessaire, en second lieu, de disposer de nouveaux algorithmes qui effectuent une seule passe sur la base (*i.e.*, des algorithmes *une-passe*). Les travaux récents sur les flots ont montré qu'il n'était plus envisageable d'obtenir une réponse exacte (*i.e.*, les itemsets réellement fréquents sur le flot) et qu'il fallait accepter une approximation quant à l'estimation de la fréquence des motifs : les itemsets obtenus ne sont en fait que des itemsets fréquents observés. Il faut donc prendre en compte l'incertitude engendrée par la connaissance toujours incomplète du flot de données. Il est important de noter que dans les flots, des itemsets classés comme non fréquents peuvent le devenir sur une plus longue période d'observation et inversement, des itemsets observés fréquents peuvent ne plus l'être après un certain temps. Dans Vapnik (1998), l'auteur a montré qu'il est statistiquement impossible de s'affranchir de ces deux sources d'erreurs à partir de la connaissance d'une partie (même très grande) du flot. On peut toutefois chercher à minimiser l'une des sources d'erreurs tout en maintenant l'autre en dessous d'un seuil raisonnable. La seconde question à laquelle nous nous intéressons dans cet article est la suivante : est-il possible de trouver une structure de données ayant des propriétés incrémentales satisfaisantes et qui permette de construire et de la maintenir de façon efficace l'ensemble des itemsets fréquents du flot de données tout en minimisant l'une ou l'autre des sources d'erreurs ?

La suite de l'article est organisée de la manière suivante. La Section 2 présente plus formellement la problématique. Dans la Section 3, nous proposons un aperçu d'autres travaux abordant cette problématique. La Section 4 présente notre approche et nos solutions. Les expérimentations sont décrites dans la Section 5 et une conclusion est proposée dans la Section 6.

2 Problématique

Soit $\mathbb{I} = \{i_1, i_2, \ldots, i_m\}$ un ensemble d'items muni d'une relation d'ordre utilisés dans une base de données DB de transactions, où chaque transaction t_r identifiée de manière unique est associée à un ensemble d'items de $\mathbb{I}$. Un ensemble $\mathcal{X} \subseteq \mathbb{I}$ est appelé un p-*itemset* et est

représenté par $\{x_1, x_2, \ldots, x_p\}$. L'entier $p = |\mathcal{X}|$, est la longueur de $\mathcal{X}$ et $Sub(\mathcal{X})$ l'ensemble de tous les sous-itemsets de $\mathcal{X}$, c'est à dire les itemsets obtenus en supprimant zéro ou plusieurs items de $\mathcal{X}$. Le support d'un *itemset* $\mathcal{X}$, noté $supp(\mathcal{X})$, correspond au nombre de transactions dans lesquelles l'itemset apparaît. Un itemset est dit θ-fréquent si $supp(\mathcal{X}) \geq \sigma$, où $\sigma = \lceil \theta \times |DB| \rceil$ correspond au support minimal (généralement spécifié par l'utilisateur) avec $\theta \in]0; 1]$ et $|DB|$ la taille de la base de données. Le problème de la recherche des itemsets fréquents consiste à rechercher tous les itemsets dont le support est supérieur ou égal à σ dans DB. Cette problématique, étendue au cas des flots de données, peut s'exprimer comme suit. Soit un flot de données $DS = B_{a_i}^{b_i}, B_{a_{i+1}}^{b_{i+1}}, \cdots, B_{a_n}^{b_n}$, un ensemble infini de *batches* où chaque *batch* est associé à une période de temps $[a_j, b_j]$ (*i.e.*, $B_{a_j}^{b_j}$ avec $b_j > a_j$) et $B_{a_n}^{b_n}$ le plus récent *batch* obtenu. Chaque *batch* $B_{a_j}^{b_j}$ correspond à un ensemble de transactions d'itemsets où $B_{a_j}^{b_j} = [s_1, s_2, \cdots, s_p]$. Nous supposons également, que les *batches* n'ont pas nécessairement la même taille. La cardinalité k du flot de données ($|DS|$), à un instant donné est définie par $k = |B_{a_i}^{b_i}| + |B_{a_{i+1}}^{b_{i+1}}| + \cdots + |B_{a_n}^{b_n}|$ où $|B_{a_j}^{b_j}|$ correspond à la cardinalité du *batch* $B_{a_j}^{b_j}$. La fréquence d'un itemset $\mathcal{X}$ à un instant donné t est défini comme étant le ratio du nombre de transactions qui contiennent $\mathcal{X}$ dans les différents *batches* sur le nombre total de transactions connu à l'instant t. Ainsi, pour un support minimal fixé par l'utilisateur, le problème de la recherche des itemsets fréquents dans un flot de données consiste à rechercher tous les itemsets $\mathcal{X}$ qui vérifient $\sum_{a_i}^{b_i} supp(\mathcal{X}) \geq \lceil \theta \times k \rceil$ dans le flot. Dans l'exemple de la Table 1, $|B_0^1| = 5$ et $k = 8$. Dans $|B_0^1|$, le support de l'itemset $\{bc\}$ est 2, sa fréquence est $0,4$; sur l'ensemble du flot, son support est 5 et sa fréquence $0,625$. Cet exemple de flot est repris dans la suite du papier.

B_0^1					B_1^2		B_2^3
s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
$abcde$	$bcef$	be	abd	cd	abc	$abce$	$bcef$

TAB. 1 – *Ensembles de batches* B_0^1, B_1^2 *et* B_2^3 *construits sur* $\mathbb{I} = \{a, b, c, d, e, f\}$.

3 Travaux antérieurs

Les différents travaux portant sur la problématique d'extraction d'itemsets fréquents dans les flots de données se déclinent selon trois axes en fonction du modèle de traitement des itemsets du flot. Le premier utilise des fenêtres à point fixe où sont conservés tous les itemsets acquis du flot (*cf.* Manku et Motwani, 2002; Li et al., 2004). Le second axe est différent du précédent simplement par le fait que l'on introduit une distinction entre les itemsets récemment et moins récemment acquis. Chang et Lee (2004b) attribuent un poids décroissant aux transactions en fonction de l'ancienneté de leur acquisition. Autrement dit, les anciennes transactions contribuent moins que les nouvelles au calcul de la fréquence des itemsets. Par exemple, Giannella et al. (2004) utilisent une structure de type FP-tree pour rechercher des itemsets fréquents à différents niveaux de granularité temporelle. Le dernier axe concerne l'extraction à partir de fenêtres glissantes où l'on ne considère plus seulement l'acquisition mais aussi le retrait d'itemsets (*cf.* travaux de Chang et Lee, 2004a). L'approche que nous développons dans cet article, s'inscrit dans le premier axe. Aussi, nous préciserons dans la suite de ce para-

graphe, les caractéristiques des algorithmes ainsi que l'erreur et les types d'approximation sur les résultats relatifs à cet axe. Manku et Motwani (2002) ont développé un algorithme : `Lossy counting`, basé sur la propriété d'antimonotonie du support. Cet algorithme effectue un seul passage sur les données et utilise une structure à base d'arbres pour représenter les itemsets. Les auteurs introduisent un paramètre d'erreur fixé par l'utilisateur et voulu très inférieur au support afin de minimiser le nombre de résultats faux positifs et afin d'améliorer la valeur de la fréquence obtenue des itemsets. Ils donnent les garanties suivantes sur leurs résultats : tous les itemsets réellement fréquents sont trouvés ; il n'y a pas de faux négatifs ; tous les itemsets considérés fréquents à tort (*i.e.*, les faux positifs) ont une fréquence proche de la fréquence voulue ; l'incertitude sur la fréquence des itemsets est fonction du paramètre d'erreur. Li et al. (2004) proposent d'extraire les itemsets fréquents en partant des plus grands aux plus petits et utilisent une structure très compacte qui résulte d'une extension d'une représentation basée sur des arbres préfixés : le `CFI-tree` (Candidate Frequent Itemset tree). Toutefois, l'algorithme développé : `DSM-FI`, bien qu'effectuant un seul passage sur les données, comprend une phase d'élagage du `CFI-tree` et nécessite plusieurs parcours de la structure pour obtenir l'information sur la fréquence des itemsets. Les garanties apportées, quant aux résultats, indiquent qu'il n'y a pas de faux négatifs et que l'erreur sur la fréquence des itemsets est bornée.

4 Notre Approche

Dans un premier temps, nous nous intéressons à l'extraction des itemsets fréquents dans une base de données. Nous introduisons un nouvel automate : le FIA (Frequent Itemset Automaton), qui constitue une structure de données très compacte et informative permettant d'extraire de façon efficace tous les itemsets fréquents d'une base de données. Dans un second temps, nous étendons cette approche à la prise en compte des flots de données et nous montrons comment mettre à jour incrémentalement le FIA lors de l'ajout de nouveaux *batches* issus du flot. Cependant, pour tenir compte de l'incertitude engendrée par la connaissance toujours incomplète du flot, nous étudions la représentation de la bordure statistique à l'aide du FIA afin de développer une approche prédictive (Laur et al., 2007). En effet, plutôt que d'extraire des itemsets observés fréquents sur la partie connue du flot, nous considérons qu'il est préférable de prédire les itemsets véritablement fréquents sur tout le flot à partir des itemsets connus.

4.1 Rappels sur la théorie des automates

Nous présentons dans cette section, les principes fondamentaux de la théorie sur les automates finis (*cf.* Hopcroft et Ullman, 1990) qui seront utilisés dans la suite.

Définition 1. *Un automate à états finis $\mathcal{A}$ est un quintuple tel que $\mathcal{A} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \delta, \mathcal{I}, \mathcal{F})$, où $\mathcal{Q}$ est un ensemble fini d'états, Σ un alphabet, $\delta \subseteq \mathcal{Q} \times \Sigma \times \mathcal{Q}$ est un ensemble de transitions, $\mathcal{I} \subseteq \mathcal{Q}$ et respectivement $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{Q}$ sont l'ensemble des états initiaux et finaux.*

L'étiquette d'une transition d passant d'un état q à un état q', noté $d = (q, \alpha, q')$ est le symbole α. Un chemin dans $\mathcal{A}$ est une suite $c = d_1, \cdots, d_n$ de transitions consécutives avec pour étiquette $|c| = \alpha_1 \cdots \alpha_n$. On écrit également si $w = |c|$, $c : q_0 \xrightarrow{w} q_n$. Un chemin $c : i \rightarrow f$ est dit réussi si $i \in \mathcal{I}$ et $f \in \mathcal{F}$. Un mot est reconnu s'il est l'étiquette d'un chemin réussi. Le langage reconnu par l'automate $\mathcal{A}$ est l'ensemble des mots reconnus par $\mathcal{A}$, soit $\mathcal{L}(\mathcal{A}) = \{w \subseteq \Sigma | \exists c : i \xrightarrow{w} f, i \in \mathcal{I}, l \in \mathcal{F}\}$. Un état $q \in \mathcal{Q}$ d'un automate

$\mathcal{A} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \delta, \mathcal{I}, \mathcal{F})$ est accessible s'il existe un chemin $c : i \rightarrow q$ avec $i \in \mathcal{I}$. De même, l'état q est coaccessible s'il existe un chemin $c : q \rightarrow f$ avec $f \in \mathcal{F}$. Un automate est émondé si tous ses états sont accessibles et coaccessibles. Soit $\mathcal{P}$ l'ensemble des états accessibles et coaccessibles et soit $\mathcal{A}_0 = (\mathcal{P}, \Sigma, \delta \cap (\mathcal{P} \times \Sigma \times \mathcal{P}), \mathcal{I} \cap \mathcal{P}, \mathcal{F} \cap \mathcal{P})$, l'automate $\mathcal{A}_0$ est émondé par construction. Comme tout chemin réussi de $\mathcal{A}$ ne passe que par des états accessibles et coaccessibles, on a $\mathcal{L}(\mathcal{A}_0) = \mathcal{L}(\mathcal{A})$. Les automates $\mathcal{A}_0$ et $\mathcal{A}$ sont dits équivalents.

Définition 2. *Un automate à états finis $\mathcal{A} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \delta, \mathcal{I}, \mathcal{F})$ est déterministe si et seulement s'il existe un unique état initial ($|\mathcal{I}| = 1$) et si $\forall (p, \alpha, q), (p, \alpha, q') \in \delta \Rightarrow q = q'$.*

Nous adaptons les Définitions 3 et 4 proposées initialement par Hoshino et al. (2000) pour l'automate des sous-séquences (SA), au cas des itemsets.

Définition 3. *Étant donnés un ensemble $\mathcal{S}$ d'itemsets tel que $\mathcal{S} = \{s_1, \ldots, s_k\}$ (avec $s_i \subseteq \mathbb{I}$ pour tout $i \in [1, k]$), ainsi qu'une relation d'ordre $\Re$ sur $\mathbb{I}$, un point position (ou ppos) de l'ensemble $\mathcal{S}$ est un k-uplet $[p_1, \ldots, p_k]$, où $p_i \in [0, n_i] \cup \{\infty\}$ est un numéro de position dans l'itemset s_i de longueur n_i ordonné selon $\Re$ (noté $\widetilde{s_i}$). Si $p_i = 0$, cette position correspond à celle de l'itemset vide noté ε se trouvant devant le premier item de $\widetilde{s_i}$. Si $p_i = \infty$, cette autre position correspond à celle de l'itemset vide ε se trouvant derrière le dernier item de $\widetilde{s_i}$. Autrement, cette position correspond à la position du $p_i^{ème}$ item de $\widetilde{s_i}$, pour tout $i \in [1; k]$.*

La position particulière correspondant à $p_i = 0$ pour tout $i \in [1; k]$ est appelée point position initial (noté q_0^k). L'autre position particulière correspondant à $p_i = \infty$ pour tout $i \in [1; k]$ est appelée point position puits (noté q_∞^k). On note $Pos(\mathcal{S})$ l'ensemble des ppos de $\mathcal{S}$.

Définition 4. *Étant donnés un ensemble $\mathcal{S}$ d'itemsets tel que $\mathcal{S} = \{s_1, \ldots, s_k\}$ (avec $s_i \subseteq \mathbb{I}$ pour tout $i \in [1, k]$), un ppos $[p_1, \ldots, p_k] \in Pos(\mathcal{S})$, ainsi qu'un item $i_i \in \mathbb{I}$, le point position atteint (noté $PPA_{\mathcal{S}}([p_1, \ldots, p_k], i_i)$) est le ppos $[p'_1, p'_2, ..., p'_k]$ tel que $\forall\, i \in [1; k]$, $p'_i = \min\Big(\big\{j \,|\, j > p_i \wedge s_i[j] = i_i\big\} \cup \big\{\infty\big\}\Big)$.*

4.2 L'automate des itemsets fréquents : le FIA

Dans cette section, nous introduisons la définition d'un nouvel automate : le FIA$_\theta$ qui intègre la notion de fréquence et qui permet de reconnaître l'ensemble des itemsets fréquents d'une base de données.

Définition 5. *Étant donnés un ensemble $\mathcal{S}$ d'itemsets $\mathcal{S} = \{s_1, \ldots, s_k\}$ (avec $s_i \subseteq \mathbb{I}$ pour tout $i \in [1, k]$), ainsi qu'un entier σ correspondant à la valeur du support choisi tel que $1 \leq \sigma \leq k$, le ppos $[p_1, \ldots, p_k] \in Pos(\mathcal{S})$ satisfait la contrainte de support σ si et seulement si*

$$\Big|\big\{p_i \,|\, p_i < \infty\big\}\Big| \geq \sigma.$$

Le cas échéant, le ppos $[p_1, \ldots, p_k]$ est dit σ-satisfaisant. L'ensemble de tous les ppos qui sont σ-satisfaisants est noté $Pos_\sigma(\mathcal{S})$. C'est un sous-ensemble de $Pos(\mathcal{S})$.

Exemple 1. *Considérons le batch B_0^1 de la Table 1, correspondant à l'ensemble d'itemsets $\mathcal{S} = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$. À partir de l'état initial q_0^k, le ppos atteint par l'item a est (selon la Définition 4) tel que $PPA_{\mathcal{S}}([0, \ldots, 0], a) = [1, \infty, \infty, 1, \infty]$, comme cela est schématiquement représenté ci-dessous.*

$$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccc}
 & a & b & c & d & e & , & b & c & e & f & , & b & e & , & a & b & d & , & c & d & . \\
0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \infty & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & \infty & 0 & 1 & 2 & \infty & 0 & 1 & 2 & 3 & \infty & 0 & 1 & 2 & \infty \\
\uparrow & \uparrow & & & & & & \uparrow & & & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & \uparrow & & & & \uparrow & & \uparrow & \\
p_1 & p'_1 & & & & & & p_2 & & & & p'_2 & & p_3 & & p'_3 & & p_4 & p'_4 & & & & p_5 & & p'_5 &
\end{array}$$

Cela illustre pour les itemsets s_1 et s_4, que l'item a est à la première position donc numéroté 1 dans le point position atteint. De même, pour les itemsets s_2, s_3, s_5, cela illustre que l'item a n'existe pas, ce qui est exprimé par l'utilisation du symbole ∞ dans le point position atteint. Le ppos $[1, \infty, \infty, 1, \infty]$ est donc 2-satisfaisant (en effet, l'inéquation de la Définition 5 est vérifiée car p_i est inférieur à ∞ 2 fois). En revanche, ce même ppos n'est pas 3-satisfaisant.

Définition 6. *Étant donnés un ensemble $\mathcal{S}$ d'itemsets tel que $\mathcal{S} = \{s_1, \ldots, s_k\}$ (avec $s_i \subseteq \mathbb{I}$ pour tout $i \in [1, k]$), une relation d'ordre $\Re$ sur $\mathbb{I}$, ainsi qu'un entier $\sigma = \lceil \theta\, k \rceil$ (avec $\theta \in]0; 1]$) représentant le support seuil, l'automate des itemsets fréquents est le quintuple $\text{FIA}_\theta(\mathcal{S}) = (\mathcal{Q}, \mathbb{I}, \delta, \mathcal{I}, \mathcal{F})$ où :*

$$\mathcal{Q} = Pos(\mathcal{S}), \qquad \mathcal{I} = \{q_0^k\}, \qquad \delta = PPA_{\mathcal{S}} \qquad \textit{et} \qquad \mathcal{F} = Pos_\sigma(\mathcal{S})$$

Il est aisé de constater que les états qui ne sont pas σ-satisfaisants ne sont pas coaccessibles (le contraire signifierait qu'un itemset non fréquent est inclus dans un itemset fréquent). Ainsi, le FIA_θ émondé s'obtient en ne construisant que les états σ-satisfaisants accessibles. Un simple algorithme glouton permet de le construire et ne requiert en aucun cas une phase d'élagage. Le support d'un itemset étiquetant un chemin de l'état initial à un état q donné du $\text{FIA}_\theta(\mathcal{S})$ s'obtient en calculant le nombre de valeurs qui ne sont pas égales à ∞ dans le ppos associé à q. Ainsi, un itemset étiquetant $q_0^k \rightarrow q$ est θ-fréquent dans $\mathcal{S}$ si et seulement si q est un état σ-satisfaisant, d'où la propriété suivante :

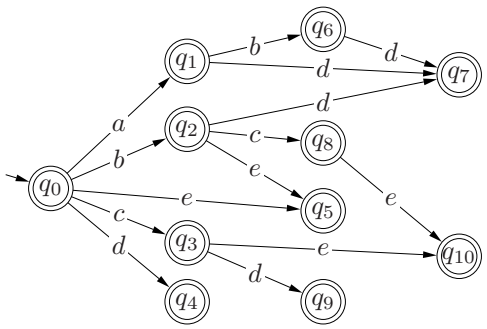
Propriété 1. *Étant donnés un ensemble $\mathcal{S}$ d'itemsets tel que $\mathcal{S} = \{s_1, \ldots, s_k\}$ (avec $s_i \subseteq \mathbb{I}$ pour tout $i \in [1, k]$), ainsi qu'un entier $\sigma = \lceil \theta\, k \rceil$ (avec $\theta \in]0; 1]$) représentant le support seuil, le langage reconnu par le $\text{FIA}_\theta(\mathcal{S})$ est l'ensemble des itemsets θ-fréquents de $\mathcal{S}$.*

On en déduit assez aisément que deux itemsets fréquents reconnus dans le même état ont nécessairement même support. En outre, par construction des ppos, étant donnés deux itemsets $\mathcal{X}, \mathcal{Y} \subseteq I$ étiquetant chacun un chemin de q_0^k vers q dans le $\text{FIA}_\theta(\mathcal{S})$, si $|\mathcal{X}| < |\mathcal{Y}|$ alors $\mathcal{X} \subset \mathcal{Y}$; si $|\mathcal{X}| = |\mathcal{Y}|$ alors $\mathcal{X} \equiv \mathcal{Y}$; et si $|\mathcal{X}| > |\mathcal{Y}|$ alors $\mathcal{X} \supset \mathcal{Y}$, d'où la propriété ci-après :

Propriété 2. *Étant donnés un ensemble $\mathcal{S}$ d'itemsets, un entier $\sigma = \lceil \theta\, k \rceil$ (avec $\theta \in]0; 1]$), ainsi que le $\text{FIA}_\theta(\mathcal{S})$ correspondant, pour tout état q tel qu'il n'existe pas de transition vers un état q' de même support, le plus long itemset reconnu en q est un itemset fermé (il est unique). Réciproquement, tous les itemsets fermés sont reconnus dans des états q tels qu'il n'existe pas de transition menant à un état q' de même support.*

En considérant le *batch* B_0^1 de la Table 1, nous montrons, sur la Figure 1, le FIA_θ émondé pour $\theta = 0,4$ et donc $\sigma = 2$. Les états finaux sont repérés par un double cercle et l'état initial est représenté avec une flèche entrante sans label. L'itemset vide est reconnu à l'état initial (avec le support 5). Par ailleurs, nous observons que les itemsets abd, ad et bd avec une même valeur de support à 2, sont reconnus à l'état q_7. Il en est de même pour les itemsets bce et ce de support 2 reconnus en q_{10} et pour be et e de support 3 en q_5. Le FIA_θ, du fait de la Propriété 2 est une structure très compacte. En effet, seuls les états q_1, q_6 et q_8 n'identifient pas un itemset fermé (la Propriété 2 donne les équivalences suivantes pour les itemsets fermés : $q_0 \Leftrightarrow \varepsilon$,

$q_2 \Leftrightarrow b$, $q_3 \Leftrightarrow c$, $q_4 \Leftrightarrow d$, $q_5 \Leftrightarrow be$, $q_7 \Leftrightarrow abd$, $q_9 \Leftrightarrow cd$ et $q_{10} \Leftrightarrow bce$). Enfin, si l'on choisit la fréquence décroissante comme relation d'ordre $\Re$ sur les items, à l'instar de l'algorithme `FP-growth`, le `FP-tree` résultant compte 11 nœuds mais 10 états pour le FIA dans ce cas.



avec
$$\begin{cases} q_0 := [0,0,0,0,0], \\ q_1 := [1,\infty,\infty,1,\infty], \\ q_2 := [2,1,1,2,\infty], \\ q_3 := [3,2,\infty,\infty,1], \\ q_4 := [4,\infty,\infty,3,2], \\ q_5 := [5,3,2,\infty,\infty], \\ q_6 := [2,\infty,\infty,2,\infty], \\ q_7 := [4,\infty,\infty,3,\infty], \\ q_8 := [3,2,\infty,\infty,\infty], \\ q_9 := [4,\infty,\infty,\infty,2], \\ q_{10} := [5,3,\infty,\infty,\infty]. \end{cases}$$

FIG. 1 – $\text{FIA}_{40\%}(\{abcde, bcef, be, abd, cd\})$.

4.3 Le FIA appliqué aux flots de données

4.3.1 Mise à jour incrémentale du FIA

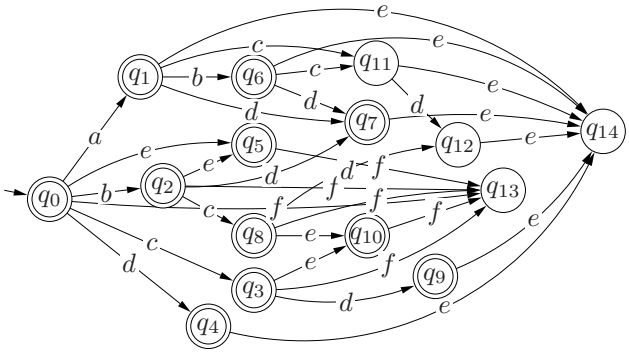
Hoshino et al. (2000) ont exploité deux propriétés incrémentales du SA, la première concernant l'ajout d'une séquence vide tandis que la seconde concerne l'ajout d'un symbole à la dernière position de la dernière séquence traitée. Ces deux propriétés s'appliquent sans difficulté au cas des itemsets pour effectuer la mise à jour incrémentale du FIA. Ainsi, la construction et la mise à jour du FIA se fait en une passe sur les données et par incrément. Le nouveau *batch* est considéré itemset par itemset (du premier au dernier) et pour chaque itemset, item par item (également du premier au dernier). Nous représentons sur la Figure 3 le $\text{FIA}_{40\%}$ émondé mis à jour avec la valeur des ppos[1] compte tenu du *batch* B_1^2. En considérant le *batch* B_2^3, le FIA de la Figure 3 demeure inchangé car le sous-itemset bce de s_8 est déjà reconnu et la prise en compte de l'item f provoquerait la création d'un état non σ-satisfaisant.

4.3.2 Intégration des bordures statistiques dans le FIA

Appliquée au cas des flots de données la mise à jour du FIA requiert de connaître l'ensemble des états accessibles, y compris des états non σ-satisfaisants. En effet, mettre à jour le FIA émondé reviendrait à considérer que les itemsets non reconnus par l'automate ont tous un support à 0 ; ce qui engendrerait nécessairement un grand nombre de faux négatifs sur la totalité du flot. À l'inverse, en considérant les états non σ-satisfaisants, un grand nombre d'itemsets vrais négatifs seraient analysés inutilement. Afin d'illustrer cet aspect, considérons d'une part la représentation du $\text{FIA}_{40\%}$ émondé de la Figure 1 et d'autre part la représentation de la Figure 2 du $\text{FIA}_{40\%}$ non émondé avec tous ses états accessibles. Les états q_{11}, q_{12}, q_{13}, q_{14} ne sont pas 2-satisfaisants mais 1-satisfaisants et ne sont donc pas finaux. La question revient à savoir quel est l'automate qu'il convient de considérer pour effectuer la mise à jour du FIA. Il est donc nécessaire de trouver un compromis entre ne conserver aucun état non σ-satisfaisant

[1] En pratique, les ppos ne sont pas construits, seul le support est calculé et mis à jour.

et tous les états accessibles. Idéalement, seuls les états qui correspondent à des itemsets vrais θ-fréquents du flot devraient être construits, quand bien même ils ne satisfont pas la contrainte de support à un instant donné. La solution que nous avons adoptée est d'utiliser la bordure statistique supérieure présentée par Symphor et Laur (2006), dans laquelle est maximisé le rappel (*cf.* Définition 7 et Théorème 1 ci-après).



$$\text{avec} \begin{cases} q_0 := [0,0,0,0,0], & q_5 := [5,3,2,\infty,\infty], & q_{10} := [5,3,\infty,\infty,\infty], \\ q_1 := [1,\infty,\infty,1,\infty], & q_6 := [2,\infty,\infty,2,\infty], & q_{11} := [3,\infty,\infty,\infty,\infty], \\ q_2 := [2,1,1,2,\infty], & q_7 := [4,\infty,\infty,3,\infty], & q_{12} := [4,\infty,\infty,\infty,\infty], \\ q_3 := [3,2,\infty,\infty,1], & q_8 := [3,2,\infty,\infty,\infty], & q_{13} := [\infty,4,\infty,\infty,\infty], \\ q_4 := [4,\infty,\infty,3,2], & q_9 := [4,\infty,\infty,\infty,2], & q_{14} := [5,\infty,\infty,\infty,\infty]. \end{cases}$$

FIG. 2 – $\text{FIA}_{40\%}(\{abcde, bcef, be, abd, cd\})$ *non émondé.*

Définition 7. *La valeur θ' est un support statistique pour θ, $0 < \theta' < 1$, si elle est utilisée pour approcher les motifs vrais θ-*fréquents *du flot de données.*

Le Théorème 1 ci-dessous permet d'établir la valeur du support statistique qui permet la construction de la bordure statistique supérieure.

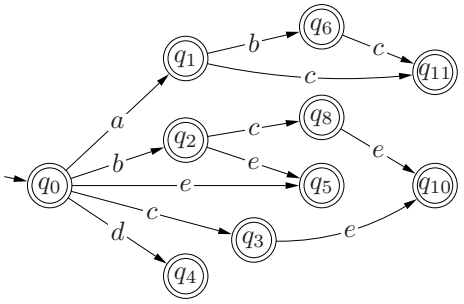
Théorème 1. *Étant donné un flot de données observé $DS = DS^+ \uplus DS^-$ (avec DS^+ et DS^- le nombre d'itemsets respectivement fréquents et non fréquent dans DS), une valeur de $\theta \in]0;1]$, ainsi qu'une probabilité (appelée risque statistique) $\delta \in]0;1]$, pour tout ε tel que*

$$\varepsilon \quad \geq \quad \sqrt{\frac{1}{2k} \ln \frac{|DS^{\pm}|}{\delta}} \ .$$

les supports statistiques $\theta' = \theta - \varepsilon$ (avec $DS^{\pm} = DS^-$) et $\theta' = \theta + \varepsilon$ (avec $DS^{\pm} = DS^+$) sont respectivement tels que $\texttt{Rappel} = 1$ et $\texttt{Précision} = 1$) avec une probabilité au moins égale à $1 - \delta$.

Les fréquences obtenues ($\theta' = \theta \pm \varepsilon$) sont statistiquement presque optimales (*cf.* Laur et al., 2007). Celle-ci repose sur l'utilisation d'inégalités de concentration de variables aléatoires, qui, dans ce cas précis, permettent d'obtenir un résultat statistiquement presque optimal. Par optimalité, nous entendons que toute technique d'estimation obtenant de meilleures bornes

est condamnée à se tromper (le critère à maximiser n'est plus égal à un) quel que soit son temps de calcul. Dans le cas de la bordure statistique supérieure correspondant à $\theta' = \theta - \varepsilon$, il s'agit de réduire autant que possible le nombre de faux négatifs à savoir les itemsets véritablement fréquents du flot et qui ne sont pas retenus comme tels pour la partie observée du flot. Lorsque seuls les états de la bordure statistique supérieure ont été conservés (*i.e.*, les états $\lfloor(\theta-\varepsilon)\times k\rfloor$-satisfaisants), l'automate obtenu après une mise à jour incrémentale est une approximation du FIA_θ pour le flot observé (nous le noterons $\widehat{\text{FIA}}_\theta$). Toutefois, le Théorème 1 permet d'affirmer au risque δ que $\widehat{\text{FIA}}_\theta \equiv \text{FIA}_\theta$. De la sorte, on minimise la première source d'erreurs (*cf.* Section 1) avec une forte probabilité $(1-\delta)$. Le langage $\mathcal{L}\left(\widehat{\text{FIA}}_\theta\right)$ est le plus petit ensemble possible qui contient tous les itemsets véritablement θ-fréquents du flot pour sa partie observée. Il n'y a pas de faux négatifs ($\texttt{Rappel} = 1$) au risque δ. Cet ensemble contient également des itemsets faux positifs, c'est à dire θ-fréquents pour la partie connue du flot mais qui ne le sont peut-être plus sur tout le flot. La Figure 3 représente le $\text{FIA}_{40\%}$ émondé mis à jour qui est obtenu à partir du $\text{FIA}_{40\%}$ non émondé de la Figure 2 compte tenu du *batch* B_1^2. Les ppos des états q_7 et q_9 de la Figure 1 après mise à jour, seraient égaux à $q_7 = [4,\infty,\infty,3,\infty,\infty,\infty]$, $q_9 = [4,\infty,\infty,\infty,2,\infty,\infty]$ et ne sont plus σ-satisfaisants. Ces états disparaissent du $\text{FIA}_{40\%}$ émondé mis à jour. Par contre, le point position de l'état q_{11} vaut après mise à jour $q_{11} = [3,\infty,\infty,\infty,\infty,3,3]$. Cet état devient σ-satisfaisant et apparaît comme état final du $\text{FIA}_{40\%}$ émondé mis à jour de la Figure 3. C'est typiquement un état que nous n'aurions pas obtenu en effectuant la mise à jour à partir du $\text{FIA}_{40\%}$ émondé de la Figure 1. En revanche, il a fallu également traiter inutilement les états q_{12}, q_{13}, q_{14} alors qu'ils ne sont pas finaux et n'existent pas dans le $\text{FIA}_{40\%}$ émondé mis à jour de la Figure 3.



avec
$$\begin{cases} q_0 := [0,0,0,0,0,0,0], \\ q_1 := [1,\infty,\infty,1,\infty,1,1], \\ q_2 := [2,1,1,2,\infty,2,2], \\ q_3 := [3,2,\infty,\infty,1,3,3], \\ q_4 := [4,\infty,\infty,3,2,,\infty,\infty], \\ q_5 := [5,3,2,\infty,\infty,\infty,4], \\ q_6 := [2,\infty,\infty,2,\infty,2,2], \\ q_8 := [3,2,\infty,\infty,\infty,3,3], \\ q_{10} := [5,3,\infty,\infty,\infty,\infty,4], \\ q_{11} := [3,\infty,\infty,\infty,\infty,3,3]. \end{cases}$$

FIG. 3 – $\text{FIA}_{40\%}(\{abcde, bcef, be, abd, cd, abc, abce\})$.

Par ailleurs, le Théorème 1 permet d'établir la propriété suivante :

Propriété 3. *Étant donné un itemset $\mathcal{X} \subseteq I$ de fréquence $\theta' > \theta$ sur la partie observée DS du flot DS^* (avec DS^+ l'ensemble des itemsets θ-fréquents dans DS et $|DS| = k$), alors la P-valeur de l'itemset $\mathcal{X}$ (i.e. la probabilité qu'il existe un itemset de fréquence observée θ' qui ne soit pas θ-fréquent sur la totalité du flot) est inférieure à δ avec*

$$\delta = \frac{|DS^+|}{e^{2\,k\,(\theta'-\theta)^2}} \ .$$

L'intérêt du calcul des P-valeurs est clairement illustré dans Denise et al. (2001). Ici, la P-valeur traduit littéralement que la probabilité qu'il existe un faux positif (*i.e.*, un itemset de fréquence observée θ' qui ne soit pas θ-fréquent sur tout le flot), est inférieure à δ.

5 Expérimentations

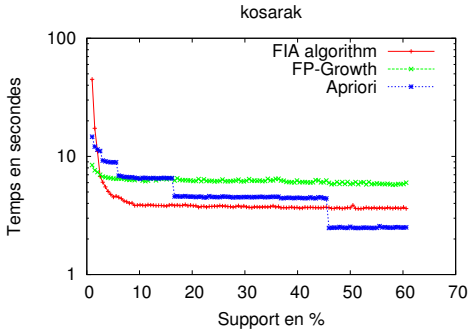


FIG. 4 – *Temps de construction du* FIA_θ *avec le jeu d'essai* `Kosarak`.

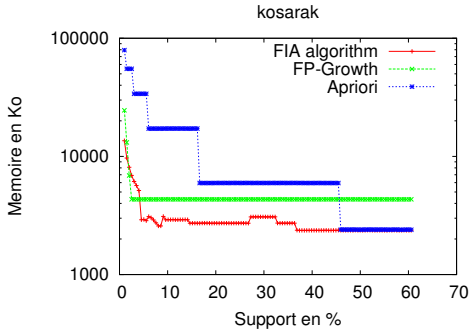


FIG. 5 – *Mémoire pour la construction du* FIA_θ *avec le jeu d'essai* `Kosarak`.

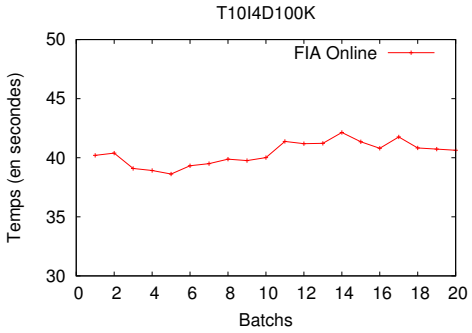


FIG. 6 – *Temps requis pour la mise à jour incrémentale du* FIA_θ *avec* $\theta = 1\%$ *pour le jeu d'essai* `T10I4D100K`.

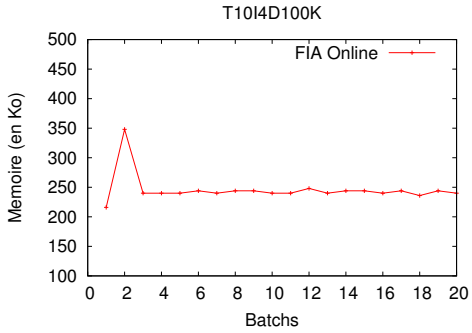


FIG. 7 – *Mémoire requise pour la mise à jour incrémentale du* FIA_θ *avec* $\theta = 1\%$ *pour le jeu d'essai* `T10I4D100K`.

Nous présentons ici les expérimentations réalisées sur les jeux de données[2] `Kosarak` et `T10I4D100K`. Les tests ont été réalisés sur un ordinateur muni d'un processeur AMD ATHLON $3800^+(2 \times 64)$ bits disposant de $1Go$ de RAM. L'algorithme de construction du FIA a été écrit en C++ (norme ANSI C99). Les Figures 4 et 5 illustrent le temps pris et la mémoire résidente requise en fonction de la fréquence pour la construction du FIA sur le jeu de données `Kosarak`, en se comparant aux algorithmes `FP-growth` et `A-priori`[3]. Notre algorithme de construction du FIA est en une passe, mais pour la comparaison avec notamment `FP-growth`, nous avons utilisé une version *deux-passes*, le premier passage permettant uniquement de réordonner les items par ordre de fréquences décroissantes. Les résultats obtenus avec le FIA sont meilleurs sur une large plage de fréquence tant pour le temps pris que pour la mémoire requise. On observe effectivement, au-delà des valeurs de fréquence à 5%, un écart en temps de l'ordre de 3 sec. et de mémoire de $1Mo$ en faveur du FIA, qui prend un temps total de 4 sec. et consomme $3Mo$ par rapport à `FP-growth`. L'algorithme `A-priori`, qui effectue plusieurs passages sur les données, donne de meilleurs résultats seulement à partir des fréquences dépas-

[2] disponibles à l'URL : `http://fimi.cs.helsinki.fi/data`
[3] Il s'agit de versions optimisées disponibles à l'URL : `http://www.adrem.ua.ac.be/~goethals/`

sant 45%. Toutefois, les performances du FIA sont dépendantes des données indexées. En effet, cette structure est d'autant plus avantageuse que les itemsets fréquents sont grands. En contrepartie, lorsque les itemsets fréquents sont, majoritairement des singletons, ce qui est le cas pour de très faibles fréquences, le FIA tend à ressembler à un arbre lexicographique et l'algorithme de construction devient inadapté au regard des méthodes classiques de construction de tels arbres. Le FIA est une structure d'autant plus efficace que les données sont denses en informations à extraire. Sur les Figures 6 et 7, nous illustrons les résultats obtenus avec l'algorithme du FIA incrémental en représentant le temps pris et la mémoire requise en fonction de l'insertion de nouveaux *batches* (nombre constant de transactions) pour `T10I4D100K`. Le temps pris et la mémoire consommée demeurent stables. Cela montre l'applicabilité de l'algorithme du FIA incrémental dans le cas des flots de données.

6 Conclusion

Dans cet article, nous apportons une contribution originale en élaborant un nouvel automate : le FIA qui permet de traiter de façon efficace la problématique de l'extraction des itemsets fréquents dans les flots de données. À notre connaissance, les automates en tant que structure de données n'ont pas du tout été utilisés pour aborder cette question. Nous montrons que le FIA est une structure très compacte et informative car plusieurs itemsets fréquents ayant la même valeur de support sont reconnus à un même état. Par ailleurs, la structure indexe directement tous les itemsets fréquents sans qu'il soit nécessaire de lui associer un tableau pour finalement obtenir les résultats. Le FIA présente également des propriétés incrémentales qui facilitent grandement la mise à jour dans le cas des flots de données avec une granularité très fine par *batch*. Utilisé dans le cadre d'une approche prédictive, le FIA permet d'indexer les itemsets véritablement θ-fréquents du flot en maximisant le rappel et en fournissant à tout moment une information sur leur pertinence statistique avec la P-valeur. Ces deux avantages permettent notamment de construire le FIA par incrément à partir d'une base initiale vide. L'algorithme développé, pour mettre à jour le FIA, ne requiert qu'un seul passage sur les données qui sont prises en compte par *batch*, itemset par itemset et pour chaque itemset, item par item. Lors de l'acquisition de nouveaux *batches*, la connaissance du flot augmentant, il est possible de mettre à jour la bordure supérieure. Celle-ci tend à diminuer (la valeur de ε tends vers 0, donc θ' tends vers θ) au fur et à mesure des mises à jour. Il devient donc possible de construire le $\widehat{\text{FIA}}_\sigma$ à partir de l'automate vide, est les premiers résultats obtenus (non présentés dans cet article, faute de place essentiellement) montrent clairement la robustesse de notre approche. Ceci est également étayé par les expérimentations présentées, avec une analyse en temps de calcul et en mémoire consommée, qui donnent des résultats satisfaisants et qui prouvent l'applicabilité et le passage à l'échelle de l'algorithme. Notre contribution ouvre donc une voie prometteuse avec le FIA, quant à l'utilisation de nouvelles structures de données de type automate, dans les problématiques d'extraction de motifs fréquents dans les flots de données.

Références

Agrawal, R. et R. Srikant (1994). Fast Algorithms for Mining Association Rules in Large Databases. In *Proc. 20th Int. Conf. on Very Large Data Bases (*VLDB*)*, pp. 487–499.

Chang, J. H. et W. S. Lee (2004a). A Sliding Window Method for Finding Recently Frequent Itemsets over Online Data Streams. *Journ. of Inf. Sc. and Eng. 20*(4), 753–762.

Chang, J. H. et W. S. Lee (2004b). Decaying Obsolete Information in Finding Recent Frequent Itemsets over Data Streams. IEICE *Trans. on Inform. and Syst. 87*(6), 1588–1592.

Denise, A., M. Régnier, et M. Vandenbogaert (2001). Assessing the Statistical Significance of Overrepresented Oligonucleotides. In *Proc. 1st Int. Workshop on Alg. in BioInf. (*WABI*)*, Volume 2149 of LNCS, pp. 85–97.

Giannella, C., J. Han, J. Pei, X. Yan, et P. S. Yu (2004). *Next Generation Challenges and Future Directions*, Chapter Mining Frequent Patterns in Data Streams at Multiple Time Granularities, pp. 105–124. AAAI Press.

Han, J., J. Pei, et Y. Yin (2000). Mining Frequent Patterns Without Candidate Generation. SIGMOD *Records 29*(2), 1–12.

Hopcroft, J. E. et J. D. Ullman (1990). *Introduction to Automata Theory, Languages, and Computation*. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc.

Hoshino, H., A. Shinohara, M. Takeda, et S. Arikawa (2000). Online Construction of Subsequence Automata for Multiple Texts. In *Proc. 7th Int. Symp. on String Processing Information Retrieval (*SPIRE*)*, pp. 146–152.

Laur, P.-A., R. Nock, J.-É. Symphor, et P. Poncelet (2007). Mining Evolving Data Streams for Frequent Patterns. *Pattern Recognition 40*(2), 492–503.

Li, H.-F., S.-Y. Lee, et M.-K. Shan (2004). An Efficient Algorithm for Mining Frequent Itemsets over the Entire History of Data Streams. In *Proc. 1st Int. Workshop on Knowledge Discovery in Data Streams*, pp. 20–24.

Manku, G. S. et R. Motwani (2002). Approximate Frequency Counts over Data Streams. In *Proc. 28th Int. Conf. on Very Large Data Bases (*VLDB*)*, pp. 346–357.

Masséglia, F., P. Poncelet, et M. Teisseire (2003). Incremental Mining of Sequential Patterns in Large Databases. *Data & Knowledge Engineering 46*(1), 97–121.

Symphor, J.-É. et P.-A. Laur (2006). Bordures statistiques pour la fouille incrémentale de données dans les data streams. In *Proc. 6th* EGC, Volume E-6 (2) of RNTI, pp. 615–626.

Troníček, Z. (2002). Common Subsequence Automaton. In *Proc. 7th Int. Conf. Impl. Appl. Automata*, Number 2608 in LNCS, pp. 270–275.

Vapnik, V. N. (1998). *Statistical Learning Theory*. John WILEY – Interscience.

Summary

We present in this paper a new automaton: the FIA which allows to mine efficiently all frequent itemsets in a *data stream*. The FIA is a summary and very informative data structure with incremental properties that make the update processing easier with fine granularity. Our incremental algorithm for updating the FIA only needs one scan over the data which are considered per *batch*, itemset per itemset and for each itemset, item per item. Used within the framework of a predictive approach and through the statistical border, the FIA recognizes the truly frequent itemsets of the *stream*, by maximizing the recall and by providing, for each information on the statistical relevance of the indexed itemsets, their P-value.