

## Méthodes statistiques et modèles thermiques compacts

Grégory Mallet<sup>\*,\*\*</sup>, Philippe Leray<sup>\*</sup>, Hubert Polaert<sup>\*\*</sup>  
gregory.mallet@insa-rouen.fr

<sup>\*</sup> Laboratoire LITIS - EA 4051, INSA de Rouen  
Avenue de l'Université - BP 8 - 76801 Saint-Étienne-du-Rouvray Cedex

<sup>\*\*</sup> Thales Air Defence (TAD), Site de Rouen  
Z.I. du Mont Jarret - 76520 Boos

**Résumé.** Dans le domaine thermique, la plupart des études reposent sur des modèles à éléments finis. Cependant, le coût en calcul et donc en temps de ces méthodes ont renforcé le besoin de modèles plus compacts. Le réseau RC équivalent est la solution la plus souvent utilisée. Toutefois, ses paramètres doivent souvent être ajustés à l'aide de mesures ou de simulation. Dans ce contexte d'identification de système, les méthodes statistiques seront comparées aux méthodes classiquement utilisées pour la prédiction thermique.

Le contrôle de la température de jonction des composants est l'un des enjeux majeurs de l'évolution actuelle de l'électronique du fait qu'elle influe sur leur fiabilité et leurs caractéristiques. L'analyse par éléments finis apporte une solution numérique à ce problème mais ne peut pas être utilisée concrètement du fait d'un nombre de calculs trop important. C'est dans ce contexte que les CTM (Compact Thermal Model) ont été développés (Lasance (2003)). Toutefois, en se rapprochant de l'identification de système, ces modèles ont ouvert la voie aux méthodes statistiques, et notamment à celles pouvant être utilisées dans des cas non-linéaires.

Le problème de la prédiction thermique en trois dimensions peut se résumer à trouver la fonction  $u(x, y, z, t)$ , représentant la température du système à un instant donné. En discrétisant le système, via un maillage, l'équation de diffusion thermique peut être ré-écrite sous forme matricielle (Bergheau et Fortunier (2004)) :

$$C \frac{du}{dt} + Ku = F \quad (1)$$

où  $u(t)$  est un vecteur représentant la température aux différents points du maillage,  $C$  la matrice élémentaire de masse et  $K$  la matrice élémentaire de rigidité.  $F(t)$  représente toujours la puissance dissipée mais discrétisée. Le système est alors représenté sous la forme de plusieurs blocs de matériaux homogènes mis bout à bout pour obtenir une structure réaliste.

Si le flux de chaleur est supposé être unidirectionnel, alors un bloc peut être remplacé par un circuit électrique équivalent de type RC. Le modèle se trouve donc mis sous la forme d'un réseau RC correspondant aux différents "étages" du système. Toutefois, les conditions de cette simplification étant rarement respectées, les paramètres doivent souvent être ajustés à l'aide de simulations ou de mesures. Les équations d'un réseau RC sont mal adaptées pour identifier numériquement des paramètres. Or, les équations différentielles mises en jeu sont équivalentes

Modèle	Écart-type de l'erreur (°C)	Erreur absolue maximale (°C)	Temps de calcul en simulation (s)
Filtre linéaire	7.75	51.73	0.2
Réseau de neurones	6.47	41.27	1.2

TAB. 1 – Comparaison des différents modèles

à un système du type :  $\hat{y}(t) = a_i \times x(t - i) + b_i \times \hat{y}(t - i), \forall i \in [1, n], \forall j \in [1, m]$  dont les paramètres sont plus simples à estimer.

La précision obtenue par les modèles linéaires est très bonne. Toutefois, elle peut être améliorée car la linéarité des problèmes thermiques n'est pas toujours garantie. En effet, les effets de la convection mais aussi la conductivité thermique sont légèrement dépendants de la température. Comme pour le cas linéaire, l'identification de système peut être utilisée pour construire un modèle, notamment à partir de réseaux de neurones. Pour conserver le même type d'architecture que précédemment, un réseau de type NNOE (Norgard et al. (2000)) a été choisi.

Si les méthodes fondées sur les éléments finis sont inutilisables en temps réel, l'analyse classique à base de réseaux RC montre aussi ses limites. Les méthodes statistiques peuvent ainsi aider à simplifier les calculs et à améliorer la précision. Les meilleurs résultats pour les modèles linéaire et non-linéaire sont comparés dans la table 1. Ce travail a donc permis de montrer l'intérêt que pouvait encore avoir une méthode éprouvée telle que les réseaux de neurones, dans un domaine où l'apprentissage statistique est resté très peu utilisé. Les résultats obtenus pourront servir de référence pour l'utilisation de méthodes plus originales comme les réseaux bayésiens dynamiques ou les SVM.

## Références

- Bergheau, J.-M. et R. Fortunier (2004). *Simulation numérique des transferts thermiques par éléments finis*. Hermès.
- Lasance, C. (2003). Recent progress in compact thermal models. In *SEMITHERM XIX*, pp. 290–299.
- Norgard, M., O. Ravn, N. Poulsen, et L. Hansen (2000). *Neural Networks for Modelling and Control of Dynamics Systems*. Springer-Verlag.

## Summary

In the thermal field, most of the studies are based on finite elements model. However, the calculation - and thus time - cost of these methods have inlighted the need of more compact models. The equivalent RC network is so the most used solution. But, the parameters should often be tuned thanks to measurements or simulations. In this context of system identification, statistical methods will be compared with the classical ones for thermal predictions.