Le conflit dans la théorie des fonctions de croyance

Arnaud Martin*,

*ENSIETA, E^3I^2, EA3876, 2 rue François verny, 29806 Brest cedex 9
Arnaud.Martin@ensieta.fr,
http://www.ensieta.fr/e3i2

Résumé. Le conflit apparaît naturellement lorsque plusieurs sources d'informations imparfaites sont en jeu. La théorie des fonctions de croyance offre un formalisme adapté à la fusion d'informations dans lequel la considération du conflit est centrale. Ce travail propose de revenir sur les différentes définitions du conflit dans cette théorie, tentant de les synthétiser et de montrer comment supprimer ce conflit, ou bien comment en tenir compte lors de la combinaison des informations.

1 Introduction

Combiner des informations issues de plusieurs sources qui ne sont pas parfaites fait inévitablement apparaître un conflit entre ces sources. Comme le remarque Appriou (2002), ce conflit peut provenir d'un manque d'exhaustivité des sources, d'un manque de fiabilité de celles-ci, ou encore du fait que ces sources n'observent pas le même phénomène. Dans ce dernier cas il faut bien sûr éviter de fusionner les sources d'information.

De façon plus générale, les approches de fusion d'informations reposent sur une bonne modélisation des imperfections de l'information afin d'en tenir compte le mieux possible. En effet, à partir du moment où les informations sont imparfaites trois actions s'offrent à nous :

- soit nous cherchons à les supprimer,
- soit nous les tolérons et nous devons alors faire en sorte que les algorithmes mis en jeu soient robustes face à ces imperfections,
- soit nous cherchons à les modéliser.

Nous pouvons représenter une architecture de fusion en quatre étapes : la modélisation, l'estimation des paramètres du modèle, la combinaison et la décision. Le choix de la théorie pour l'étape de modélisation conditionne donc l'ensemble des trois autres étapes. Si cette première étape est cruciale et décisive, le conflit entre les sources ne peut être défini qu'en considérant l'ensembles des sources. C'est pourquoi il est généralement intégré lors de l'étape de combinaison.

Plusieurs cadres théoriques sont envisageables pour modéliser les imperfections et le conflit en particulier. Les théories des sous-ensembles flous et des possibilités partent d'une modélisation des imprécisions alors que la théorie des probabilités modélise avant tout les incertitudes. Si ces théories permettent finalement la modélisation d'un grand nombre d'imperfections et sont performantes pour modéliser des informations décrites sur un espace continu, la théorie des fonctions de croyance de Dempster (1967) et Shafer (1976) contient la théorie des possibilités et des probabilités dans le cas discret. De plus, la problématique du conflit reste centrale dans la théorie des fonctions de croyance. Il est donc intéressant d'étudier le conflit particulièrement dans ce contexte.

Après un rappel sur la théorie des fonctions de croyance dans la section 2, nous allons tenter au travers d'un état de l'art, d'éclaircir les différentes définitions du conflit dans la théorie des fonctions de croyance dans la section 3. Nous verrons ensuite comment on peut chercher à supprimer le conflit dans la section 4, ou bien comment le répartir lors de la combinaison dans la section 5.

2 La théorie des fonctions de croyance

La théorie des fonctions de croyance est fondée sur la manipulation des fonctions de masse (ou masse élémentaire de croyance). Les fonctions de masse sont définies sur l'ensemble de toutes les disjonctions du *cadre de discernement* $\Theta = \{\theta_1, \dots, \theta_n\}$, noté 2^Θ, et à valeurs dans $[0, 1]$, avec :

$$\sum_{X \in 2^\Theta} m_j(X) = 1, \tag{1}$$

et

$$m_j(\emptyset) = 0, \tag{2}$$

où $m_j(.)$ représente la fonction de masse pour une source (ou un expert) S_j, $j = 1, ..., s$. Les éléments X tels que $m(X) > 0$ sont appelés les *éléments focaux*. La réunion des éléments focaux est appelé le *noyau*.

Implicitement les singletons θ_i de Θ représentent les différents éléments possibles et sont supposés exhaustifs et exclusifs. Il est cependant possible de lever l'exhaustivité en supprimant l'hypothèse de *monde fermé* donnée par l'équation (2) et dans ce cas nous parlons de *monde ouvert*.

À partir de ces fonctions de masse, d'autres fonctions de croyance peuvent être définies. Les fonctions de crédibilité représentent la croyance minimale d'une source définie à partir des masses élémentaires de croyance portées par les éléments focaux. Les fonctions de plausibilité représentent quand à elles la croyance maximale d'une source définie à partir des masses élémentaires de croyance portées par les éléments focaux. Ces deux fonctions forment ainsi un intervalle de croyance.

Afin de conserver un maximum d'informations, il est préférable de rester à un niveau *crédal* (*i.e.* de manipuler des fonctions de croyance) pendant l'étape de combinaison des informations pour prendre la décision sur la fonction de croyance issue de la combinaison. Si la décision prise par le maximum de crédibilité peut être trop pessimiste, la décision issue du maximum de plausibilité est bien souvent trop optimiste. Le maximum de la probabilité pignistique, introduite par Smets (1990b), reste le compromis le plus employé. La probabilité pignistique est donnée pour tout $X \in 2^\Theta$, avec $X \neq \emptyset$ par :

$$\mathrm{betP}(X) = \sum_{Y \in 2^\Theta, Y \neq \emptyset} \frac{|X \cap Y|}{|Y|} \frac{m(Y)}{1 - m(\emptyset)}. \tag{3}$$

Notons que nous obtenons ainsi une probabilité peu conforme à la notion de fonction de masse.

Ces fonctions de décision (crédibilité, plausibilité et probabilité pignistique) sont croissantes par l'inclusion. Ainsi, la décision n'est généralement considérée que sur les singletons. Appriou (2005) montre cependant comment décider sur des éléments de 2^Θ autres que les singletons.

La combinaison des fonctions de masse issues des différentes sources S_j peut être réalisée suivant plusieurs opérateurs. Historiquement la première règle proposée par Dempster (1967) et reprise par Shafer (1976) est la règle orthogonale normalisée donnée pour deux fonctions de masse m_1 et m_2 et pour tout $X \in 2^\Theta$, $X \neq \emptyset$ par :

$$m_{\mathrm{D}}(X) = \frac{1}{1-k} \sum_{Y_1 \cap Y_2 = X} m_1(Y_1) m_2(Y_2), \tag{4}$$

où $k = \sum_{Y_1 \cap Y_2 = \emptyset} m_1(Y_1) m_2(Y_2)$ est l'inconsistance de la fusion souvent nommé abusivement conflit. Cette valeur k, que nous appellerons *conflit global* est à l'origine d'un grand nombre de discussions et de travaux. Cette normalisation par $1-k$ a été initialement introduite pour rester en monde fermé. Afin de rester en monde ouvert, tel que préconisé par Smets (1990b), la règle conjonctive de consensus est généralement employée. Elle est donnée pour deux fonctions de masse m_1 et m_2 et pour tout $X \in 2^\Theta$ par :

$$m_{\mathrm{Conj}}(X) = \sum_{Y_1 \cap Y_2 = X} m_1(Y_1) m_2(Y_2). \tag{5}$$

On pourra noter $m_{\mathrm{Conj}} = m_1 \oplus m_2$. Le nombre $k = m_{\mathrm{Conj}}(\emptyset)$ s'interprète alors comme une solution non attendue.

Ces deux règles (4) et (5) permettent de réduire l'imprécision des éléments focaux et d'augmenter la croyance sur les éléments concordant entre les sources. Notons de plus que ces règles font l'hypothèse que les sources sont fiables.

3 Mesures de conflit

La notion de conflit dans la théorie des fonctions de croyance est ainsi principalement définie par la masse sur l'ensemble vide à l'issue de la combinaison conjonctive donnée par l'équation (5). Le conflit peut aussi être défini comme une fonction de cette masse sur l'ensemble vide telle que présentée par Yager (1983) : $-\ln(1-m_{\mathrm{Conj}}(\emptyset))$. Cet opérateur conjonctif n'est cependant pas idempotent, c'est-à-dire que la combinaison de deux experts fournissant les mêmes fonctions de masse ne produit pas la même fonction de masse. Si ce résultat peut s'entendre en termes d'augmentation de la spécificité, un conflit entre ces experts ne semble pas possible. Pourtant la masse sur l'ensemble vide, définissant le conflit global, est en général non nulle. Il parait donc important de relativiser ce conflit global avec ce qui est appelé l'*auto-conflit*, présenté dans la section 3.1.

Par ailleurs, le problème de la gestion du conflit global lors de la combinaison a été largement étudié, nous y revenons à la section 5. Notons simplement, que ce conflit global est la somme des *conflits partiels* issus des intersections vides des éléments focaux des différents experts combinés.

Klir (1994) fait la distinction entre deux types d'incertitude dans la théorie des fonctions de croyance : la non-spécificité et la discorde. Ces mesures reposent essentiellement sur des mesures entropiques de Shannon, également étudiées par Yager (1983). Ces mesures sont donc définies pour une fonction de masse donnée et non plusieurs, nous pensons ainsi à la différence de Wierman (2001) qu'il ne s'agit pas là de conflit.

Nous définissons ici le conflit entre deux experts par la contradiction contenue dans leur réponse exprimée sous la forme de deux fonctions de masse. Dans la section 3.2, cette contradiction est mesurée en termes de distance d'un expert (et de sa fonction de masse associé) à un autre expert ou groupe d'experts (et à leurs fonctions de masse associées).

3.1 Auto-conflit

Liu (2006) a observé que le conflit global donné par $k = m_{\mathrm{Conj}}(\emptyset)$ n'est pas une mesure de conflit entre les fonctions de masse. En effet, la plupart des opérateurs de combinaison employés dans la théorie des fonctions de croyance ne sont pas idempotent : la combinaison de fonctions de masse identiques donne généralement un valeur positive de k. De façon à souligner cet aspect, Osswald et Martin (2006) définissent la notion d'*auto-conflit* qui permet de quantifier le conflit intrinsèque d'une fonction de masse. L'auto-conflit d'ordre s pour un expert est donné par :

$$a_s = (\overset{s}{\underset{i=1}{\oplus}} m)(\emptyset), \tag{6}$$

où $\oplus$ est la règle conjonctive de l'équation (5). Nous avons ainsi la propriété suivante :

$$a_s \leq a_{s+1}, \tag{7}$$

qui signifie que la non-indempotence de $\oplus$ entraîne que plus m est combinée avec elle-même, plus k est proche de 1. Ainsi en règle générale, plus le nombre d'experts est grand, plus le conflit global est grand (k est proche de 1). Notons que Yager (1992) a souligné l'intérêt de cette mesure la nommant *plausibilité de la structure de croyance*. George et Pal (1996) ont également défini un conflit que Florea et Bossé (2009) nomment *conflit intrinsèque* et donné par :

$$\sum_{X,Y \in \Theta} m(X)m(Y)\frac{|X \cup Y| - |X \cap Y|}{|X \cup Y|}. \tag{8}$$

Le conflit intrinsèque n'est cependant pas nul pour une fonction de masse consonante[1], du fait du coefficient $\dfrac{|X \cup Y| - |X \cap Y|}{|X \cup Y|} = \dfrac{|Y| - |X|}{|Y|}$ si $|X| < |Y|$, ce qui peut paraître contre-intuitif. Ce n'est pas le cas de l'auto-conflit.

Dans le but d'étudier la distribution de l'auto-conflit, Martin et al. (2008) ont généré aléatoirement des fonctions de masse non-dogmatiques (*i.e.* telles que $m(\Theta) \neq 0$), avec pour seuls éléments focaux les singletons de Θ et l'ignorance Θ. Il est ainsi montré que l'auto-conflit et le conflit global tend rapidement vers 1 avec l'ordre (ou le nombre d'experts) mais aussi la cardinalité de Θ. Ceci montre bien le fait que k ne définit pas de manière adéquate une mesure de conflit entre les fonctions de masse d'un ensemble d'experts.

[1]C'est-à-dire dont les éléments focaux sont emboîtés.

3.2 Mesure de conflit fondée sur une distance

Au lieu de la mesure de conflit donnée par le conflit global k, ou de mesures telles que celle proposée par Yager (1983) qui en découle directement, Martin et al. (2008) définissent une mesure permettant de quantifier le conflit d'un expert par rapport aux autres experts s'exprimant sur la même observation. Il s'en suit, que cette mesure de conflit, qui mesure un *conflit total*, est naturellement définie à partir d'une distance entre les fonctions de croyance des experts. Ainsi, si les opinions de deux experts (données par leur fonction de masse) sont éloignées l'une de l'autre, nous considérons que les experts sont en conflit.

Différentes mesures entre fonctions de masse sont envisageables. Florea et Bossé (2009) en donnent un état de l'art assez complet. Ristic et Smets (2006) ont proposé une distance directement issue de la valeur k ; elle ne vérifie donc pas la propriété de séparation[2]. Initialement, des distances dans la théorie des fonctions de croyance ont été étudiées dans le but d'évaluer la qualité d'un résultat d'approximation ou en vue d'une procédure d'optimisation. C'est en ce sens que des mesures sur les probabilités pignistiques ont été introduites par Tessem (1993) et Bauer (1997). Différentes distances définies dans l'espace des fonctions de masse sont également possibles. Ristic et Smets (2006) étudient par exemple les distances euclidienne et de Bhattacharya. La distance introduite par Jousselme et al. (2001) a cependant l'avantage de tenir compte de la cardinalité des éléments focaux. En outre, elle a été largement employée dans le cadre de la théorie des fonctions de croyance, par exemple par Chen et al. (2005), Yong et al. (2004) et Denœux (2008).

Cette distance est définie pour deux fonctions de masse m_1 et m_2 par :

$$d(m_1, m_2) = \sqrt{\frac{1}{2}(\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)^t \underline{\underline{D}}(\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)}, \tag{9}$$

où $\underline{\underline{D}}$ est une matrice $2^{|\Theta|} \times 2^{|\Theta|}$ définie par :

$$D(X, Y) = \begin{cases} 1, \text{ if } X = Y = \emptyset, \\ \\ \dfrac{|X \cap Y|}{|X \cup Y|}, \ \forall X, Y \in 2^\Theta. \end{cases} \tag{10}$$

L'hypothèse est donc ici que plus deux fonctions de masse sont éloignées l'une de l'autre et plus elles sont en conflit. Ainsi, une mesure de conflit total entre deux experts peut être définie par :

$$\mathrm{Conf}(1, 2) = d(m_1, m_2), \tag{11}$$

où d est la distance définie par l'équation (9), mais pourrait être autre.

Dans le but d'assigner un poids mesurant le conflit à chaque expert, il faut quantifier comment un expert donné dans un ensemble d'experts à combiner $\mathcal{E} = \{1, \ldots, s\}$ est en conflit avec le reste de l'ensemble. Une mesure de conflit entre un expert S_j et les $s-1$ autres experts peut alors être définie par la moyenne des conflits deux à deux :

$$\mathrm{Conf}(j, \mathcal{E}) = \frac{1}{s-1} \sum_{e=1, e \neq j}^{s} \mathrm{Conf}(j, e). \tag{12}$$

[2] $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y \; \forall x, y$

Une autre définition possible est donnée par :

$$\mathrm{Conf}(j,s) = d(m_j, m_{s-1}), \tag{13}$$

où m_{s-1} est la fonction de masse de l'expert artificiel représentant les opinions combinées des $s-1$ autres experts de $\mathcal{E}$ sans l'expert S_j. La combinaison à laquelle on fait référence ici peut être la combinaison conjonctive (5), la combinaison conjonctive normalisée (4), ou bien une autre combinaison évoquée à la section 5. Le choix de la règle de combinaison pour le calcul de m_{s-1} n'est pas trivial.

Les extensions de la mesure de conflit à plus de deux fonctions de masse à s fonctions de masse entraînent implicitement l'hypothèse que plus de la moitié des experts est fiable. En effet, un expert, exprimant une fonction de masse m, est en conflit avec les autres, si la fonction de masse m est éloignée des autres fonctions de masse données par les autres experts de $\mathcal{E}$.

Cette notion de fiabilité est donc très liée à la notion de conflit comme on le montre dans la section suivante.

4 Suppression du conflit

Si les sources ne sont pas fiables et lorsqu'il est possible de quantifier la fiabilité de chacune des sources, il est important de procéder à un *affaiblissement* en redéfinissant les fonctions de masse par :

$$\left\{ \begin{array}{l} m_j^\alpha(X) = \alpha_j m_j(X), \, \forall X \in 2^\Theta \\ m_j^\alpha(\Theta) = 1 - \alpha_j(1 - m_j(\Theta)). \end{array} \right. \tag{14}$$

$\alpha_j \in [0,1]$ est *coefficient d'affaiblissement* de la source S_j qui est alors une estimation de la fiabilité totale de l'expert S_j, éventuellement comme une fonction de $X \in 2^\Theta$. Dans le cas où $\alpha_j = 0$, la source S_j n'est pas du tout fiable, et dans ce cas toute la masse est affectée à Θ : $m_j(\Theta) = 1$, ce qui représente l'ignorance totale. L'affaiblissement de la fonction de masse entraîne l'affaiblissement de la fonction de crédibilité et le renforcement de la fonction de plausibilité. Ainsi, comme le souligne Appriou (2002), nous augmentons les intervalles de croyance donnés par les crédibilités et plausibilités, et nous réduisons le conflit global lors de l'étape de combinaison.

Lorsque la fiabilité des experts n'est pas connue par avance, nous pouvons chercher à l'estimer. Un apprentissage de la fiabilité peut être réalisé à partir de procédure d'optimisation telle que proposée par Elouedi et al. (2004), mais ce type d'approche n'est pas toujours envisageable selon l'application. Martin et al. (2008) proposent une estimation de la *fiabilité totale* de chaque expert S_j à combiner à partir d'une mesure de conflit total notée Conf entre l'expert S_j et les autres experts à combiner (*cf.* équations (12) ou (13)) par :

$$\alpha_j = f(\mathrm{Conf}(j,s)), \tag{15}$$

où f est une fonction décroissante. Nous pouvons retenir :

$$\alpha_j = \left(1 - \mathrm{Conf}(j,s)^\lambda\right)^{1/\lambda}, \tag{16}$$

où $\lambda > 0$. Cette fonction permet de donner plus de fiabilité aux experts qui sont peu en conflit avec les autres.

Des fiabilités locales ont également été introduites par Martin et Osswald (2007) de façon à intégrer finement le conflit entre les réponses des experts dans la combinaison. Afin d'estimer une *fiabilité locale*, une mesure de *conflit local* est donc définie à partir d'une fonction de conflit local sur les réponses des experts. Pour chaque réponse possible $Y_j \in 2^\Theta$ de l'expert S_j, $j = 1, \ldots, s$, toutes les réponses des autres experts en conflit avec la réponse de l'expert S_j sont comptabilisée. La fonction f_j est définie sur $(2^\Theta)^s$ et à valeur dans $\left[0, \frac{1}{s}\right]$ par :

$$f_j(Y_1, ..., Y_s) = \frac{\sum_{k=1}^{s} \mathbb{1}_{\{\emptyset\}}(Y_k \cap Y_j)}{s(s-1)}. \tag{17}$$

Notons que ce conflit local est différent du conflit partiel qui est défini par le produit des masses des éléments focaux en conflit ($\cap_{j=1}^s Y_j = \emptyset$). Rappelons encore que le conflit global est la somme des conflits partiels.

Un coefficient d'affaiblissement α dépendant des réponses des experts est alors défini tel que :

$$\alpha(Y_1, ..., Y_s) = 1 - \sum_{j=1}^{s} f_j(Y_1, ..., Y_s). \tag{18}$$

Dans ce cas $\alpha \in [0, 1]$, et représente une fiabilité locale des réponses de tous les experts ou encore un degré de non-conflit entre tous les experts pour un vecteur de réponses possible.

5 Gestion du conflit dans la combinaison

Les experts pouvant s'exprimer sur 2^Θ (s'ils ne sont ni sûrs ni précis), l'apparition de conflit est inévitable. Comme nous l'avons vu, lorsque la fiabilité des sources est connue ou peut être estimée, une approche consiste à affaiblir les masses selon cette fiabilité et ainsi réduire ou supprimer le conflit avant combinaison. Il peut cependant être intéressant de chercher à gérer le conflit lors de la combinaison des fonctions de masse, plutôt que de le supprimer avant.

Dans la règle orthogonale normalisée, initialement proposée par Dempster (1967), la répartition du conflit global se fait de manière uniforme lors de la combinaison. Nous avons pour tout $X \in 2^\Theta$, $X \neq \emptyset$:

$$m_{\mathrm{D}}(X) = \frac{1}{1 - m_{\mathrm{Conj}}(\emptyset)} \sum_{Y_1 \cap \ldots \cap Y_s = X} \prod_{j=1}^{s} m_j(Y_j) = \frac{m_{\mathrm{Conj}}(X)}{1 - m_{\mathrm{Conj}}(\emptyset)}, \tag{19}$$

où $Y_j \in 2^\Theta$ est la réponse de l'expert S_j, et $m_j(Y_j)$ la fonction de masse associée. Cette normalisation par $1 - m_{\mathrm{Conj}}(\emptyset)$ masque donc le conflit global et n'est donc intéressante qu'en monde fermé pour la combinaison de sources non conflictuelles.

Smets et Kennes (1994), dans le modèle de croyance transférable, ne répartissent le conflit établi sur l'ensemble vide lors de la combinaison qu'à l'étape de décision en prenant le maximum de la probabilité pignistique. Ils multiplient toutes les masses par $\frac{1}{1 - m_{\mathrm{Conj}}(\emptyset)}$ (*cf.*

équation (3)). Ce critère de décision présente un compromis entre une décision pessimiste par le maximum de crédibilité et une décision optimiste par le maximum de plausibilité, aussi bien en monde ouvert qu'en monde fermé. Mais ces trois critères produisent la même décision que l'on normalise lors de l'étape de combinaison ou bien lors de la décision.

Il y a plusieurs façons d'aborder ce conflit global lors de la combinaison. La première est le supprimer complètement *via* une combinaison disjonctive, initialement proposée par Dubois et Prade (1986). Elle est donnée pour tout $X \in 2^\Theta$ par :

$$m_{\text{Dis}}(X) = \sum_{Y_1 \cup \ldots \cup Y_s = X} \prod_{j=1}^{s} m_j(Y_j). \tag{20}$$

L'hypothèse faite ici est que l'un des experts est fiable, à la différence des règles de type conjonctif où tous les experts doivent être fiables. Cette règle est en pratique peu employée car elle élargit les éléments focaux et perd donc en spécificité. Elle peut être intéressante pour des problématiques de calculs garantis, si on ne connaît ni la fiabilités des sources, ni leur ambiguïté et imprécision.

Dans le cas d'un manque d'exhaustivité des sources, l'hypothèse de monde fermé est fausse. Une approche classique en reconnaissance de forme est la technique du *hedging* qui consiste à ajouter un élément au cadre de discernement. Le conflit global est alors pris comme un élément possible de décision. Une autre façon est de rester en monde ouvert avec la règle conjonctive comme le suggère Smets (1990b).

Nous avons vu qu'une part du conflit global, qui peut être importante selon les fonctions de masse mises en jeu, provient de l'auto-conflit. Une façon de supprimer cet auto-conflit dû à la non-idempotence des opérateurs de combinaison est de proposer un opérateur idempotent. La façon la plus simple d'obtenir un opérateur idempotent est de prendre la moyenne des fonctions de masses tel que dans Murphy (2000) :

$$m_{\text{M}}(X) = \frac{1}{s} \sum_{j=1}^{s} m_j(X). \tag{21}$$

Osswald et Martin (2006) montrent l'intérêt d'un tel opérateur, mais il faut alors faire une confiance totale dans toute l'information fournie par les sources ce qui en cas de fort conflit entre les sources peut conduire à des décisions erronées. Denœux (2006) a introduit un ensemble d'opérateurs idempotents à partir des poids issus de la décomposition canonique des fonctions de masse non-dogmatiques dont l'écriture a été introduite par Smets (1995). Denœux (2008) montre ainsi différents comportements hardis ou prudents de ces opérateurs. Cependant, pour des données non corrélées, ces opérateurs sont peu performants.

Depuis le problème posé par Zadeh (1984), de nombreuses règles de combinaison ont été proposées afin de répartir le conflit. Citons sans être exhaustif : Yager (1987); Dubois et Prade (1988); Smets (1990a); Inagaki (1991); Zhang (1994); Smets (1997); Lefevre et al. (2002); Jøsang et al. (2003); Smarandache et Dezert (2005); Florea et al. (2006); Martin et Osswald (2007); Smarandache et al. (2009). Notons que Smets (2007) en fait un état de l'art assez complet.

Ainsi, Yager (1987) interprète le conflit comme de l'ignorance et le répartit donc sur Θ. D'autres, tels que Inagaki (1991); Lefevre et al. (2002); Florea et al. (2006) tentent de répartir le conflit global de façon générale à partir de différents critères. Dubois et Prade (1988) ont proposé une gestion plus fine du conflit en répartissant le conflit partiel (par exemple issu uniquement de deux sources, l'une annonçant θ_1 et l'autre θ_2) sur les ignorances partielles (c'est-à-dire ici $\theta_1 \cup \theta_2$). Les conflits partiels sont ainsi considérés dans plusieurs règles telles que dans Smarandache et Dezert (2005); Martin et Osswald (2007); Smarandache et al. (2009) avec une répartition différente, notamment en répartissant le conflit proportionnellement sur les éléments qui l'engendrent. Martin et Osswald (2007) considèrent en plus des conflits partiels, un conflit local (17) comptabilisant les réponses des experts en contradiction et intégré à partir de α (18) tel un affaiblissement dans la règle de combinaison.

La gestion du conflit est donc essentiel lors de la combinaison où le conflit peut alors avoir différentes interprétations selon les applications.

6 Conclusion et discussion

Ce travail a pour objectif de recenser et présenter des solutions pour la modélisation et la gestion dans la théorie des fonctions de croyance. Nous avons mis en évidence que la mesure de conflit définie par la masse sur l'ensemble vide après combinaison conjonctive des fonctions de masse est prise à tort comme une mesure de conflit. Le conflit total entre deux experts peut être défini par la contradiction contenue dans leur réponse exprimée sous la forme de deux fonctions de masse.

À partir de cette définition, nous avons considéré différentes mesures de conflit permettant de représenter le conflit total entre les experts, ou bien de façon plus locale entre les réponses des experts. Les mesures de conflit total sont définies à partir de distances entre les fonctions de masse des différents experts. Le conflit local comptabilise les réponses des experts en contradiction. Très liées à ces conflits nous avons défini des mesures de fiabilité totale et locale. En effet il est important de pouvoir modéliser la fiabilité des experts que nous ne connaissons pas systématiquement. Il faut donc chercher à les estimer. Sous l'hypothèse que plus de la moitié des experts est fiable, la fiabilité totale est définie à partir d'une fonction décroissante d'une mesure de conflit total. De façon à tenir compte finement de la fiabilité des réponses des experts permettant de supprimer le conflit. La fiabilité locale peut être vu comme un degré de non-conflit local, c'est-à-dire décroissante en fonction du conflit local, et intégré dans la combinaison.

Ainsi, la gestion du conflit dans la théorie des fonctions de croyance consiste bien souvent à tenter de réduire le conflit global soit par une procédure d'affaiblissement soit par un transfert du conflit lors de la combinaison. Cependant ce conflit global peut être une information à part entière dont on peut tenir compte. Par exemple lorsque l'aspect temporel entre en jeu, comme dans les applications nécessitant la vidéo, le conflit global peut être un indicateur de changement d'état tel qu'utilisé par Ramasso et al. (2007) ou encore par Hammal (2006) pour détecter des changements d'expression faciales. Le conflit global a également été employé à des fins de détection de contour sur les images par Capelle et al. (2004) et Zhang et al. (2006) et pour du recalage d'images par Rominger et al. (2009).

Au delà de la théorie des fonctions de croyance, il est important de pouvoir modéliser et représenter correctement le conflit entre plusieurs sources d'informations de façon à le considérer du mieux possible.

Références

Appriou, A. (2002). Discrimination multisignal par la théorie de l'évidence. In R. Lengllé (Ed.), *Décision et Reconnaissance des formes en signal* (Lavoisier ed.)., Chapter 7, pp. 219–258. Hermes Science Publication.

Appriou, A. (2005). Approche générique de la gestion de l'incertain dans les processus de fusion multisenseur. *Traitement du Signal 22*, 307–319.

Bauer, M. (1997). Approximation algorithms and decision making in the Dempster-Shafer theory of evidence. *International Journal of Approximate Reasoning 17*, 217–237.

Capelle, A.-S., O. Colot, et C. Fernandez-Maloigne (2004). Evidential segmentation scheme of multi-echo mr images for the detection of brain tumors using neighborhood information. *Information Fusion 5*(3), 203–216.

Chen, L.-Z., W.-K. Shi, Y. Deng, et Z.-F. Zhu (2005). A new fusion approach based on distance of evidences. *Journal of Zhejiang University Science 6A*(5), 476–482.

Dempster, A. P. (1967). Upper and Lower probabilities induced by a multivalued mapping. *Annals of Mathematical Statistics 38*, 325–339.

Denœux, T. (2006). The cautious rule of combination for belief functions and some extensions. In *International Conference on Information Fusion*, Florence, Italy.

Denœux, T. (2008). Conjunctive and disjunctive combination of belief functions induced by nondistinct bodies of evidence. *Artificial Intelligence 172*, 234–264.

Dubois, D. et H. Prade (1986). A set-theoretic view of belief functions - logical operations and approximation by fuzzy sets. *International journal of General Systems 12*(2), 193–226.

Dubois, D. et H. Prade (1988). Representation and combination of uncertainty with belief functions and possibility measures. *Computational Intelligence 4*, 244–264.

Elouedi, Z., K. Mellouli, et P. Smets (2004). Assessing Sensor Reliability for Multisensor Data Fusion Within The Transferable Belief Model. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part B : Cybernetics 34*(1), 782–787.

Florea, M. C. et E. Bossé (2009). Crisis management using Dempster Shafer theory : Using dissimilarity measures to characterize sources' reliability. In *C3I for Crisis, Emergency and Consequence Management*, Bucharest, Roumania.

Florea, M. C., J. Dezert, P. Valin, F. Smarandache, et A.-L. Jousselme (2006). Adaptative combination rule and proportional conflict redistribution rule for information fusion. In *COGnitive systems with Interactive Sensors*, Paris, France.

George, T. et N. R. Pal (1996). Quantification of conflict in Dempster-Shafer framework : a new approach. *International Journal of General Systems 24*(4), 407–423.

Hammal, Z. (2006). *Segmentation des Traits du Visage, Analyse et Reconnaissance d'Expressions Faciales par le Modèle de Croyance Transférable*. Ph. D. thesis, Université Joseph Fourier, Grenoble.

Inagaki, T. (1991). Independence between safety-control policy and multiple-sensors schemes via Dempster-Shafer theory. *IEEE Transaction on reliability 40*, 182–188.

Jøsang, A., M. Daniel, et P. Vannoorenberghe (2003). Strategies for combining conflicting dogmatic belief. In *International Conference on Information Fusion*, Cairns, Australia.

Jousselme, A.-L., D. Grenier, et E. Bossé (2001). A new distance between two bodies of evidence. *Information Fusion 2*, 91–101.

Klir, G. (1994). Mesures of uncertainty in the Dempster-Shafer theory of evidence. In R. Yager, J. Kacprzyk, et M. Fedrizzi (Eds.), *Advances in the Dempster-Shafer theory of evidence*, Chapter 2, pp. 35–49. John Wiley & Sons, Inc.

Lefevre, E., O. Colot, et P. Vannoorenberghe (2002). Belief function combination and conflict management. *Information Fusion 3*, 149–162.

Liu, W. (2006). Analyzing the degree of conflict among belief functions. *Artificial Intelligence 170*, 909–924.

Martin, A., A.-L. Jousselme, et C. Osswald (2008). Conflict measure for the discounting operation on belief functions. In *International Conference on Information Fusion*, Cologne, Germany.

Martin, A. et C. Osswald (2007). Toward a combination rule to deal with partial conflict and specificity in belief functions theory. In *International Conference on Information Fusion*, Québec, Canada.

Murphy, C. (2000). Combining belief functions when evidence conflicts. *Decision Support Systems 29*, 1–9.

Osswald, C. et A. Martin (2006). Understanding the large family of Dempster-Shafer theory's fusion operators - a decision-based measure. In *International Conference on Information Fusion*, Florence, Italy.

Ramasso, E., M. Rombaut, et D. Pellerin (2007). State filtering and change detection using TBM conflict application to human action recognition in athletics videos. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology 17*(7), 944–949.

Ristic, B. et P. Smets (2006). The TBM global distance measure for the association of uncertain combat ID declarations. *Information Fusion 7*(3), 276–284.

Rominger, C., A. Martin, A. Khenchaf, et H. Laanaya (2009). Sonar image registration based on conflict from the theory of belief functions. In *International Conference on Information Fusion*, Seattle, USA, pp. 1317–1324.

Shafer, G. (1976). *A mathematical theory of evidence*. Princeton University Press.

Smarandache, F. et J. Dezert (2005). Information fusion based on new proportional conflict redistribution rules. In *International Conference on Information Fusion*, Philadelphia, USA.

Smarandache, F., A. Martin, et J. Dezert (2009). A class of fusion rules based on the belief redistribution to subsets or complements. In F. Smarandache et J. Dezert (Eds.), *Advances and Applications of DSmT for Information Fusion*, Volume 3, Chapter 5, pp. 161–183. American Research Press Rehoboth.

Smets, P. (1990a). The Combination of Evidence in the Transferable Belief Model. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 12*(5), 447–458.

Smets, P. (1990b). Constructing the pignistic probability function in a context of uncertainty. *Uncertainty in Artificial Intelligence 5*, 29–39.

Smets, P. (1995). The canonical decomposition of a weighted belief. In M. Kaufman. (Ed.), *International Joint Conference on Artificial Intelligence*, San Mateo, USA, pp. 1896–1901.

Smets, P. (1997). Imperfect information : Imprecision - Uncertainty. In A. Motro et P. Smets (Eds.), *Uncertainty Management in Information Systems*, pp. 225–254. Kluwer Academic Publishers.

Smets, P. (2007). Analyzing the combination of conflicting belief functions. *Information Fusion 8*, 387–412.

Smets, P. et R. Kennes (1994). The Transferable Belief Model. *Artificial Intelligent 66*, 191–234.

Tessem, B. (1993). Approximations for efficient computation in the theory of evidence. *Artificial Intelligence 61*, 315–329.

Wierman, M. J. (2001). Measuring conflict in evidence theory. In *IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference*, Volume 3, pp. 1741–1745.

Yager, R. R. (1983). Entropy and specificity in a mathematical theory of evidence. *International Journal of General Systems 9*, 249–260.

Yager, R. R. (1987). On the Dempster-Shafer Framework and New Combination Rules. *Informations Sciences 41*, 93–137.

Yager, R. R. (1992). On considerations of credibility of evidence. *International Journal of Approximate Reasoning 7*(1-2), 45–72.

Yong, D., S. WenKang, Z. ZhenFu, et L. Qi (2004). Combining belief functions based on distance of evidence. *Decision Support Systems 38*(3), 489–493.

Zadeh, L. A. (1984). A mathematical theory of evidence *(book review)*. *AI magazine 5*(3), 81–83.

Zhang, L. (1994). Representation, independence, and combination of evidence in the Dempster-Shafer theory. In R. Yager, J. Kacprzyk, et M. Fedrizzi (Eds.), *Advances in the Dempster-Shafer theory of evidence*, Chapter 3, pp. 51–69. John Wiley & Sons, Inc.

Zhang, P., P. Vannoorenberghe, O. Gallocher, et I. Gardin (2006). Segmentation d'images par étiquetage crédibiliste : Application à l'imagerie médicale par tomodensitométrie en cancérologie. *Traitement du Signal 23*(3-4), 289–305.

Summary

The conflict appears naturally when several information sources are considered. The theory of belief functions provides an adapted framework to the information fusion, where the conflict plays a central role. This work proposes to come back on various definition of the conflict in this theory, trying to summarize its and to show how to suppress this conflict or how to take into account this conflict in the combination of the information.