

Une méthode de compression adaptée JPEG basée sur la modélisation statistique.

T. EUDE*, H. CHERIFI**

*La3i-LCIA, INSA de Rouen, BP 08, 76131 MONT SAINT AIGNAN

** T.S.I (URA 842) 23 rue du Docteur P. Michelon 42023 SAINT-ETIENNE Cedex 02

RESUME

Nous présentons une étude statistique dont le but est d'améliorer le taux de compression des images pour des méthodes basées sur la Transformée en Cosinus Discrète (TCD) et spécifiquement pour les méthodes définies dans la norme JPEG. Cette étude est réalisée de façon extensive à l'aide d'une batterie de tests paramétriques et non-paramétriques et des modèles de lois comme ceux de Cauchy, Laplace, Gauss, mélange de Laplaciennes et de Gaussiennes. Nous montrons que ces coefficients peuvent être modélisés par des mélanges de distributions de Gauss. Nous expliquons alors comment les taux de compression peuvent être améliorés par l'utilisation de ces résultats.

MOTS-CLES

Compression d'image, transformée en cosinus discrète, étude statistique, loi mélange de Gaussiennes.

I. Introduction

En milieu hospitalier, on assiste, depuis quelques années, à des développements de systèmes d'archivage et de communication des examens radiologiques sous forme numérique. Ces développements ouvrent des nouvelles perspectives pour les cliniciens et les médecins praticiens, cependant elles imposent de nouvelles contraintes. La plus préoccupante d'entre elle est le volume des données que représentent les images radiologiques. En effet, celles-ci pose un problème particulier que l'augmentation de capacité des supports informatiques ne résout que partiellement. La solution consiste alors à comprimer les images. De nombreuses méthodes existent, mais l'utilisation de systèmes de communication nécessite le respect de normes. Le CCITT et l'ISO ont créé un groupe de travail pour une normalisation des méthodes de compression d'images fixes. Cette norme, connue sous le nom de norme JPEG (Joint Photographic Expert Group), est basée sur la transformée en cosinus discrète.

La compression des images est obtenue principalement par trois opérations qui sont la transformation, la quantification et le codage. Le taux de compression est ajusté pendant la quantification, pour une qualité de reconstruction désirée. Il ne peut être élevé qu'en perdant des informations et c'est pendant l'opération de quantification que ces pertes sont générées. La norme JPEG propose un opérateur qui apparaît efficace pour le cas général. Cependant, son utilisation pour des images médicales ne permet pas d'obtenir des taux de compression très élevés, étant donnée la qualité de reconstruction exigée pour le diagnostic. L'adaptation de la

compression, à partir des caractéristiques des images, doit permettre d'augmenter ces taux. Ainsi, l'étude statistique des coefficients de la transformée en cosinus discrète permet de définir un nouvel opérateur spécifique aux images considérées. La littérature ne donne pas à ce sujet des résultats convaincants. En effet, les auteurs ne s'accordent pas sur les lois que suivent ces coefficients. Nous nous sommes donc proposé de définir les outils nécessaires à la réalisation d'une étude extensive à l'aide d'une batterie de tests pour des images médicales.

L'étude est alors menée pour des images médicales classées par modalité. Le calcul des opérateurs de quantification pour chaque image et l'exploitation de ceux-ci dans une chaîne de compression permet de comparer les performances entre l'opérateur de quantification proposé par JPEG, qui sert de base de référence, et l'opérateur défini à partir de l'étude statistique.

Ainsi, dans cet article, nous décrivons dans un premier temps la norme JPEG, définie pour la compression des images fixes, puis nous présentons les moyens utilisés pour réaliser l'étude statistique des coefficients résultant de la TCD d'images médicales. Enfin, nous terminons par la présentation des résultats obtenus de la modélisation ainsi que de son exploitation dans une chaîne de compression.

II. La norme JPEG

Cette norme est connue sous le nom de norme JPEG - REV9 (Joint Photographic Expert Group) ou ISO/IEC JTC1/SC2/WG10 du 14/02/91 [1]. Elle spécifie la transformée utilisée, la méthode de quantification, les codages possibles et surtout une structure de l'image comprimée pour permettre les échanges entre les machines de différentes origines.

L'architecture JPEG peut être vue comme une boîte à outils (tool kit) de méthodes de compression à partir desquelles diverses applications peuvent définir un système de compression approprié. Trois éléments sont spécifiés dans cette norme :

- le codeur est caractérisé par un processus d'encodage (figure 1). Il génère une image comprimée à partir de l'image numérique originale et de références de tables. Le codage est réalisé à l'aide de procédures choisies en fonction de l'application.

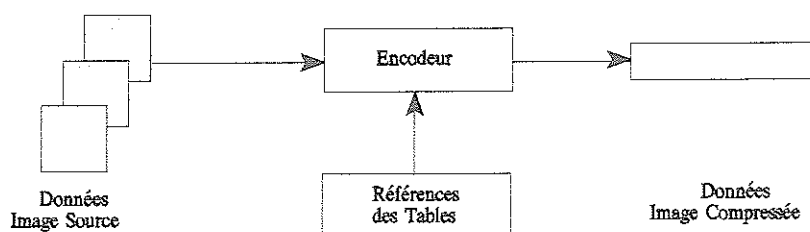


Figure 1 : Encodeur

- le décodeur est caractérisé par un processus de décodage. L'image décompressée est obtenue à l'aide de procédures inverses, à partir de l'image comprimée et de références de tables (figure 2).

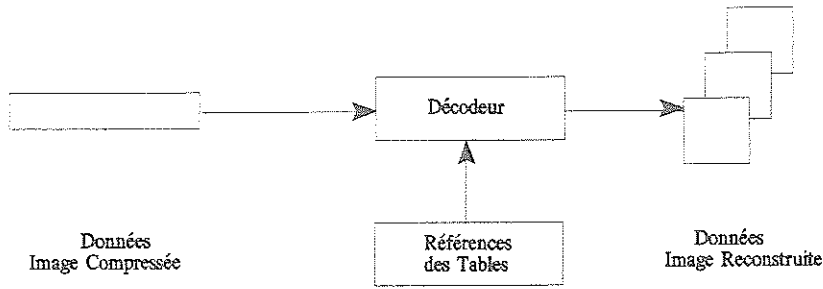


Figure 2 : Décodeur

- la structure d'échange (figure 3) est constituée des données correspondant à l'image comprimée ainsi que de toutes les références des tables utilisées dans le processus d'encodage. Cette structure permet ainsi des échanges entre applications d'environnements différents.

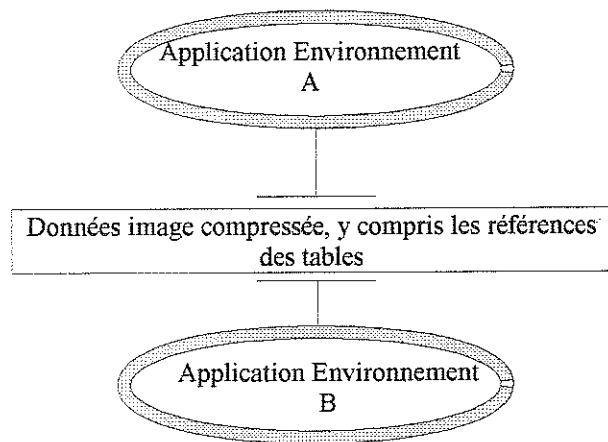


Figure 3 : Structure d'échange pour les données image comprimée

Le standard spécifie deux classes de processus d'encodage et décodage : les processus avec ou sans perte.

Les premiers sont basés sur la Transformée en Cosinus Discrète (TCD). Le processus d'encodage le plus simple basé sur la TCD correspond au processus séquentiel de base. Il offre tous les outils nécessaires pour la plupart des applications. Pour des applications particulières, les processus dits additionnels peuvent être utilisés. Ceux-ci sont des extensions du processus de base.

La deuxième classe de processus d'encodage n'est pas basé sur la TCD mais sur les caractéristiques de l'image à compresser ainsi que sur la qualité de restitution désirée pour l'application.

A. Encodage basé sur la TCD : principe

La figure 4 rappelle la procédure principale pour tous les processus d'encodage basés sur la TCD. Elle illustre le cas particulier d'une image à une seule composante (noir et blanc). En effet, Il est possible de coder l'image sur plusieurs sources (couleur) de définition différente. Tous les processus spécifiés dans le standard agissent alors sur une des composantes de façon indépendante.

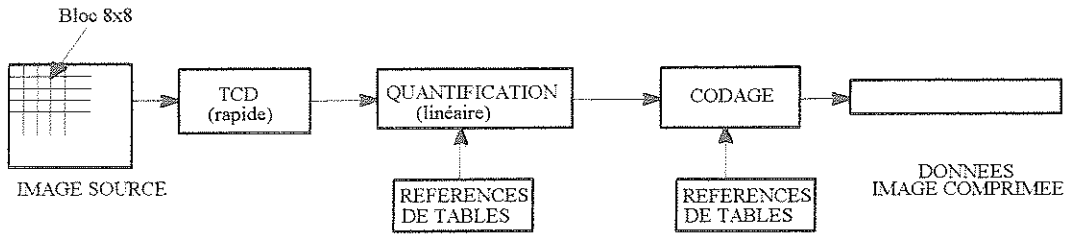


Figure 4 : Diagramme simplifié du codeur basé sur la TCD

Dans le processus d'encodage les échantillons sont groupés en blocs 8x8. Chaque bloc est transformé par la TCD en un ensemble de 64 valeurs. Chacun de ces 64 coefficients est ensuite quantifié en utilisant une des 64 valeurs correspondantes d'une table de quantification.

Aucune valeur par défaut n'est spécifiée par le standard pour les tables de quantification. Ces valeurs sont choisies en fonction de la qualité de restitution et selon les caractéristiques particulières des images, des systèmes et des conditions de visualisation de l'application.

Après la quantification, les coefficients DC ainsi que les 63 coefficients AC sont traités pour l'encodage entropique.

Le coefficient DC précédent est utilisé pour prédire le coefficient DC courant. C'est la différence qui est codée. Les 63 coefficients AC quantifiés ne sont pas encodés de façon différentielle mais sont convertis en une séquence "Zigzag" mono-dimensionnelle comme le montre la figure 5. Ce type de séquence permet d'augmenter la taille des suites de zéros.

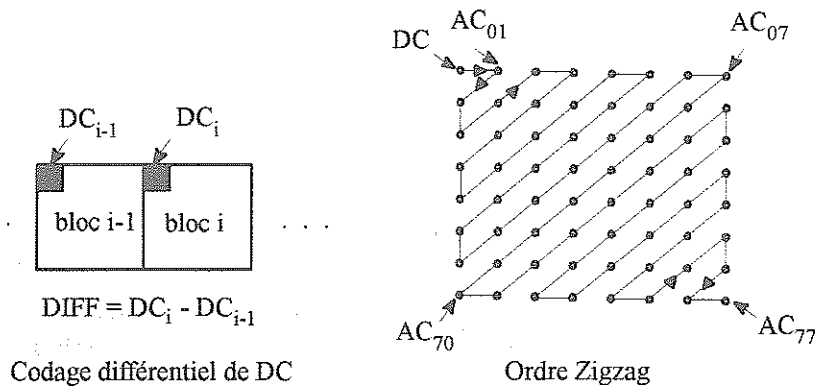


Figure 5 : Préparation et quantification des coefficients pour le codage

Les coefficients quantifiés sont ensuite traités par un processus d'encodage entropique qui compresse les nouvelles données.

Deux processus d'encodage entropique peuvent être utilisés : l'encodage de type HUFFMANN et l'encodage arithmétique.

Si l'encodage HUFFMANN est utilisé, les références des tables d'HUFFMANN doivent être connues de l'encodeur, de même, pour l'encodeur arithmétique. La figure 6 montre les procédures principales pour tous les processus de décodage basés sur la TCD.

Chacune des étapes effectue les opérations inverses de la procédure de l'encodeur correspondant. Le décodeur entropique décode les séquences "Zigzag" de coefficients TCD.

quantifiés. Après déquantification, les coefficients TCD sont transformés en un bloc de pixels 8x8 par la TCD inverse (TCDI).

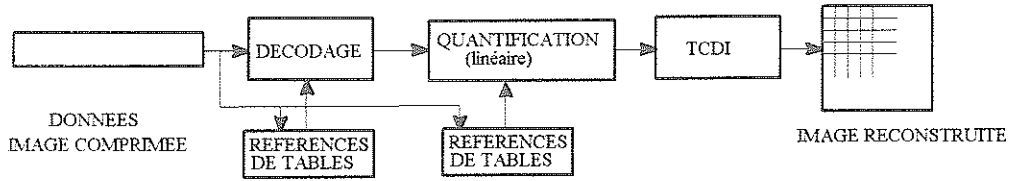


Figure 6 : Diagramme simplifié du décodeur basé sur la TCD

B. Découpage de l'image par bloc 8x8

Le traitement de l'image est fait sur des blocs fixes 8x8 pixels. L'image est donc découpée en 64 x 64 blocs (figure 7).

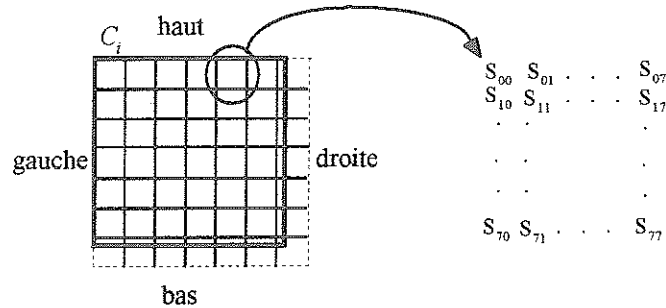


Figure 7 : Découpage des blocs 8 x 8 pixels

C. Calcul de la TCD

La TCD est donc effectuée sur des blocs 8x8 :

$$\text{TCD : } S_{uv} = \frac{1}{4} C_u C_v \sum_{x=0}^7 \sum_{y=0}^7 S_{xy} \cos \left[\frac{(2x+1)u\pi}{16} \right] \cos \left[\frac{(2y+1)v\pi}{16} \right] \quad (1)$$

et pour la transformée inverse on a :

$$\text{TCDI : } S_{xy} = \frac{1}{4} \sum_{u=0}^7 \sum_{v=0}^7 C_u C_v S_{uv} \cos \left[\frac{(2x+1)u\pi}{16} \right] \cos \left[\frac{(2y+1)v\pi}{16} \right] \quad (2)$$

avec $C_{u,v} = 1$ pour $u, v = 1, \dots, 7$

$$C_{u,v} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ pour } u, v = 0$$

Les 64 échantillons correspondants aux pixels d'un bloc sont transformés en 64 coefficients résultants de la TCD.

D. Quantification

La quantification scalaire et linéaire est réalisée à partir d'une table de quantification de 64 valeurs. Le seuil de quantification de chaque coefficient $S(u,v)$ est une valeur

correspondante à l'élément $Q(u,v)$ de la table de quantification. Cette table n'est pas normalisée. Elle est à l'instigation de l'utilisateur. Elle devra donc être transmise au module de décompression. L'utilisation de 4 tables de quantification en même temps est possible (cas de la couleur). La luminance et la chrominance ne seront pas quantifiées de la même façon.

La norme indique des valeurs initiales de seuil de quantification (figure 8). Celles-ci ont été déterminées en tenant compte des propriétés du système visuel humain. Elle est alors appelée matrice de visualisation. En effet, des travaux expérimentaux ont montré que l'oeil est plus ou moins sensible à la contribution des différents coefficients dans un bloc transformé [2].

$$Q_i[8,8] = \begin{bmatrix} 16 & 11 & 10 & 16 & 24 & 40 & 51 & 61 \\ 12 & 12 & 14 & 19 & 26 & 58 & 60 & 55 \\ 14 & 13 & 16 & 24 & 40 & 57 & 69 & 56 \\ 14 & 17 & 22 & 29 & 51 & 87 & 80 & 62 \\ 18 & 22 & 37 & 56 & 68 & 109 & 103 & 77 \\ 24 & 35 & 55 & 64 & 81 & 104 & 113 & 92 \\ 49 & 64 & 78 & 87 & 103 & 121 & 120 & 101 \\ 72 & 92 & 95 & 98 & 112 & 100 & 103 & 99 \end{bmatrix} \quad Q_c[8,8] = \begin{bmatrix} 17 & 18 & 24 & 47 & 99 & 99 & 99 & 99 \\ 18 & 21 & 26 & 66 & 99 & 99 & 99 & 99 \\ 24 & 26 & 56 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 \\ 47 & 66 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 \\ 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 \\ 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 \\ 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 \\ 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 \end{bmatrix}$$

Figure 8 : Matrice de visualisation donnée pour l'intensité et les couleurs

Avant le processus de quantification, on détermine le seuil relatif ($Q_i(u,v)$) à chaque coefficient :

$$Q_i(u,v) = \frac{Q(u,v) \times \text{FACTEUR}}{50} \quad \text{pour } u,v = 0,1,\dots,7 \quad (3)$$

où *FACTEUR* est un paramètre de mise à l'échelle de chaque coefficient; il définit ainsi le pas de quantification et $Q(u,v)$ représente le coefficient de la matrice définie précédemment.

Une fois les seuils déterminés, l'opération de quantification est effectuée :

$$Sq(u,v) = \text{arrondi} \left(\frac{S(u,v)}{Q_i(u,v)} \right) \quad (4)$$

arrondi correspond à l'entier le plus proche, et Sq_{uv} est le coefficient TCD quantifié.

Lors de la décompression, les coefficients seront multipliés par la valeur correspondante dans la table :

$$R(u,v) = Sq(u,v) \times Q_i(u,v) \quad (5)$$

E. Codage

La norme prévoit deux types de codage possibles :

Les tables doivent être transmises pour permettre un bon fonctionnement. Les tables ne sont pas normalisées.

* le codage de type HUFFMANN

L'information à transmettre représente la valeur et la position de chaque coefficient obtenues à partir du parcours en "Zigzag" de chaque bloc.

Le codage de la valeur DC est obtenu en utilisant la technique MICD à une dimension. Ainsi, le coefficient DC est transmis par différence avec le coefficient DC précédent. C'est cette

différence qui est codée par un code HUFFMANN définissable par l'utilisateur. Une table de codage possible pour ce coefficient est donnée par la norme.

Les valeurs possibles sont réparties en 12 catégories de 0 à 11 de telle sorte que la catégorie n comprend 2^n valeurs. Chaque catégorie possède un code de longueur variable auquel on ajoute n bits pour permettre de différencier les valeurs de la catégorie.

Cette méthode permet d'avoir un code de longueur maximale limitée. En effet la différence varie de -2047 à 2047. Les différences les plus petites (les plus probables) sont codées avec le code le plus court. Toutefois cette table peut être adaptée à l'image pour permettre une meilleure optimisation. Pour le premier bloc de l'image la valeur DC est positionnée à la valeur du gris moyen.

Les coefficients AC sont codés en utilisant une technique de codage par plage. En effet, cette technique est très efficace car le seuillage produit un nombre considérable de coefficients nuls. Ainsi les coefficients AC sont codés directement (valeurs faibles) et le nombre des coefficients nuls est codé en même temps (figure 9).

	code généré = valeur du coefficient + nombre de coefficients nuls			
	5+0 coefficient nul, 10+0 coefficient nul, -15+0 coefficient nul, 5+3 coefficients nuls, ...			
DC	5	0	0	
10	0	5		
-15				

Figure 9 : Codage du nombre de coefficients nuls

* le codage arithmétique

Ce codage est effectué d'une façon similaire au codage de type Huffman décrit précédemment.

F. conclusion

Le taux de compression de la norme J.P.E.G. varie entre 1/10 et 1/30 en moyenne en fonction de la qualité et du type d'image.

Nous avons vu que la seule opération qui occasionne des pertes d'information, et a fortiori des dégradations de l'image à la reconstruction, est la quantification. Ainsi, le taux de compression maximum, pour une qualité de reconstruction donnée, pourra être atteint en agissant sur le pas de quantification.

D'après les expressions (3) et (4), on peut s'apercevoir que ce taux, et par conséquent la qualité de l'image reconstruite, dépendent directement de la façon dont sont définis les coefficients de la matrice de quantification. Aussi, nous pouvons rappeler que ceux proposés par la norme, ont été définis pour le cas général.

Ainsi, dans le cas d'une application spécifique, l'utilisation d'une matrice adaptée aux images traitées permet une réduction des pertes, et par conséquent, une augmentation possible (à dégradation égale) du taux de compression.

L'étude des coefficients obtenus après la TCD de l'image semble être la solution pour déterminer une matrice de quantification adaptée.

III. Etude statistique

On trouve dans la littérature, des résultats sur la modélisation statistique des coefficients TCD parfois contradictoires. En effet, ils diffèrent selon le type d'images étudiées et les outils utilisés. Ainsi, si tous les auteurs s'accordent sur le modèle du coefficient DC (loi de Gauss), ils ne le font pas pour les coefficients AC.

Pratt [3] use de l'argument du théorème central limite pour justifier le modèle Gaussien. Reininger et Gibson [4] ont quand à eux, trouvé que le modèle de Laplace était plus adapté. Murakami [5] et Bellifemine [6] ont abouti aux mêmes conclusions. Eggerton et Srinath [7] ont trouvé qu'aucune distribution n'est appropriée pour modéliser les coefficients AC pris séparément, bien que la distribution de Laplace conviennent pour la majorité d'entre eux. Cependant, si tous les coefficients doivent être modélisés par une seule fonction de densité, la distribution de Cauchy est la plus adaptée. Enfin, Zang [8] introduit la Gaussienne généralisée qui s'avère supérieure aux hypothèses précédemment citées, ce qui a été confirmé par Lee [9].

Il ne ressort pas de ces travaux de résultats convainquants. Nous pouvons remarquer que toutes ces modélisations ont été effectuées d'une part en utilisant un seul et même test d'adéquation : le test de Kolmogorov-Smirnov, et d'autre part à partir de données hétérogènes. Nous pouvons citer par exemple Reininger qui a étudié des images de portrait, de scène d'intérieur, de la lune, de vue d'avion et des images médicales [4] alors que Bellifemine a étudié des images d'automobiles, de papillon et de portrait [6].

A. Modèles testés

Nous avons repris les modèles communément admis:

$$\text{Distribution Laplacienne } f(x) = \frac{1}{2\beta} \exp\left(-\frac{|x-m|}{\beta}\right) \quad (6)$$

$$\text{Distribution de Cauchy } f(x) = \frac{1}{\pi\beta} \frac{1}{1 + \frac{(x-\alpha)^2}{\beta^2}} \quad (7)$$

avec $-\infty < \alpha < \infty$ et $-\infty < \beta < \infty$

$$\text{Distribution Gaussienne } f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (8)$$

avec m : moyenne, σ : écart-type, α, β : paramètre.

De récents travaux ont montré que la distribution des niveaux de gris des images peut être modélisée par des lois mélange de Gaussiennes [10]. Il est bien évident qu'une loi mélange possède plus de degrés de liberté qu'une loi simple et qu'elle s'ajustera mieux aux échantillons. Pour ne pas privilégier le modèle de Gauss, nous avons aussi utilisé des lois mélange de Laplace. Elles sont définies par :

$$\text{loi mélange } f(x) = \sum_{i=1}^M p_i f_i(x) \quad (9)$$

p_i : probabilité a priori, f_i : distribution considérée pour la composante i

B. Tests d'adéquation

Nous avons mené notre étude de façon extensive en utilisant une batterie de tests [11]:

- paramétriques :

- Kurtosis défini par :

$$A_0 = \frac{\text{moment d'ordre 4}}{(\text{moment d'ordre 2})^2} \quad (10)$$

pour une loi de Gauss : $A_0 = 3$.

pour une loi de Laplace : $A_0 = 6$.

avec moment d'ordre n : $m_n = \int_{\mathbb{R}} f(x).x^n dx$ (11)

- Cumulants défini par :

$$A_1 = \frac{\text{moment d'ordre 6}}{(\text{moment d'ordre 2})^3} \quad (12)$$

pour une loi de Gauss : $A_1 = \frac{\frac{6\sigma^6}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{7}{2}\right)}{\left(\frac{2\sigma^2}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right)\right)^3} = 11.25$

pour une loi de Laplace : $A_1 = \frac{6! \beta^6}{(2! \beta^2)^3} = 90$

avec $\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} e^{-t} t^{z-1} dt$ (13)

$$A_2 = \frac{\text{moment d'ordre 8}}{(\text{moment d'ordre 2})^4} \quad (14)$$

pour une loi de Gauss: $A_2 = 52.5$

pour une loi de Laplace: $A_2 = 2520$

- Test D (pour une Gaussienne)[12] défini par :

$$D = \frac{T}{N^2 \sigma} \quad (15)$$

avec
$$\begin{cases} T = \sum_{i=1}^N \left(i - \frac{1}{2}(N+1)\right)x_i \\ \sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \\ Y = \frac{\sqrt{N}(D - 0.28209479)}{0.02998598} \end{cases}$$

- non paramétriques :

- Kolmogorov-Smirnov défini par :

$$KS = \max_{i=1..N} |F_x(x_i) - F(x_i)| \quad (16)$$

- Cramer-von-Mises défini par :

$$n\omega_n^2 = \int_{\mathbb{R}} [F_x(x) - F(x)]^2 dF(x) \quad (17)$$

- Anderson défini par :

$$A^2 = -\frac{1}{N} \left\{ \sum_{i=1}^N (2i-1) [\ln F(x_i) + \ln(1 - F(x_{N+1-i}))] \right\} - N \quad (18)$$

- Watson défini par :

$$W^2 = CvM^2 - N \left(\bar{F} - \frac{1}{2} \right)^2 \quad (19)$$

avec $\bar{F} = \sum_{i=1}^N \frac{F(x_i)}{N}$

CvM^2 = résultat donné par le test Cramer-von-Mises.

La littérature [12] propose un certain nombre d'éléments quant à la distribution des tests lorsque les paramètres de lois sont connus. Ce n'est pas le cas pour les échantillons dont nous disposons. Nous avons alors simulé ces tests par une méthode de Monte Carlo, afin de disposer des lois de ceux-ci et de pouvoir ajuster le seuil à %.

Les lois des échantillons générées pour la réalisation de cette étude sont :

- loi normale,
- loi Laplacienne,

sachant qu'il est toujours possible, par changement de variable, de revenir à une loi normale de moyenne nulle et d'écart-type unitaire et loi Laplacienne de moyenne nulle et de 1. Les tables sont réalisées pour ces dernières, ceci pour 4 valeurs de α .

Les tableaux 1 et 2 donnent les résultats des valeurs des seuils trouvés pour les différents tests, pour les lois normale et Laplacienne.

Pour valider les tests, nous avons comparé les résultats obtenus avec ceux donnés dans la littérature [13]. Le faible écart que nous pouvons constater s'explique par la différence de taille des échantillons. En effet les résultats tableaux 1 ont été obtenus à partir de 1000 échantillons, et les tables modifiées sont données pour 10000 échantillons.

Nom du test	Valeur de	Seuil obtenu	Valeur du seuil dans la littérature
KOLMOGOROV	= 5%	x=0,039498	0,042943
	= 10%	x=0,035403	
	= 15%	x=0,033962	0,020807
	= 20%	x=0,032403	
CRAMER	= 5%	x=0,133408	0,126
	= 10%	x=0,107436	0,104
	= 15%	x=0,094768	0,091
	= 20%	x=0,085203	
ANDERSON	= 5%	x=0,768421	0,787
	= 10%	x=0,626385	0,656
	= 15%	x=0,552691	0,576
	= 20%	x=0,507124	
WATSON	= 5%	x=0,128064	0,116
	= 10%	x=0,100178	0,096
	= 15%	x=0,087248	0,085
	= 25%	x=0,080172	
TEST D	= 5%	x=1,194004	1,411
	= 10%	x=0,907934	1,119
	= 15%	x=0,709708	
	= 25%	x=0,525434	
KURTOSIS	= 1%	x=3,595400	3,41
	= 5%	x=3,363713	3,26
	= 10%	x=3,264188	
	= 15%	x=3,189641	
	= 20%	x=3,130613	

A_1 : moyenne=14,651975

Tableaux 1 : Valeurs des seuils pour une loi normale centrée réduite avec 1000 échantillons de taille N=500

Nom du test	Valeur de	Seuil obtenu
KOLMOGOROV	= 5%	x=0,0533726
	= 10%	x=0,048159
	= 15%	x=0,045110
	= 20%	x=0,032298
CRAMER	= 5%	x=0,299904
	= 10%	x=0,228705
	= 15%	x=0,192915
	= 20%	x=0,168470
ANDERSON	= 5%	x=1,470545
	= 10%	x=1,185662
	= 15%	x=0,990446
	= 20%	x=0,879957
WATSON	= 5%	x=0,217766
	= 10%	x=0,175658
	= 15%	x=0,150642
	= 25%	x=0,134937
KURTOSIS	= 5%	x=8,190862
	= 10%	x=7,372080
	= 15%	x=6,904776
	= 20%	x=6,578977

A_1 : moyenne=81,836692

Tableaux 2 : Valeurs des seuils pour une loi de Laplace ($m=0, \sigma=1$) avec 1000 échantillons de taille $N=500$

C. Estimation des paramètres des lois

Les paramètres des lois ne sont pas connus a priori, ils sont estimés à partir des échantillons. Pour les lois mélange, nous avons utilisé les estimateurs au sens du maximum de vraisemblance. Ils sont définis pour une somme de Gaussiennes par:

$$P(s|x_i) = \frac{p_s \cdot g_s(x_i; \sigma_s, m_s)}{f(x_i; p, \sigma, m)} \quad (20)$$

probabilité a posteriori que l'échantillon x_i appartienne à l'ensemble s .

$$\hat{p}_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{P}(k|x_i) \quad (21)$$

avec $k = 1, \dots, c - 1$

$$\hat{m}_k = \frac{1}{N\hat{p}_k} \sum_{i=1}^N \hat{P}(k|x_i).x_i \tag{22}$$

avec $k = 1, \dots, c$

$$\hat{\sigma}_k = \frac{1}{N\hat{p}_k} \sum_{i=1}^N \hat{P}(k|x_i).(x_i - \hat{m}_k)^2 \tag{23}$$

avec $k = 1, \dots, c$

c = nombre total de composantes.

Deux algorithmes itératifs connus sont le nom de "EM" et une version modifiée "SEM" ont été utilisés pour l'approximation numérique de l'estimation [14][15].

L'algorithme EM recherche de manière itérative les solutions de l'estimateur du maximum de vraisemblance. Son principe est donné figure 10.

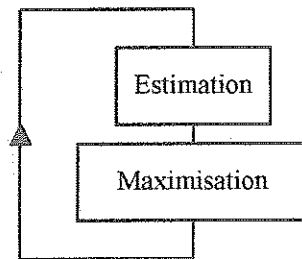


Figure 10 : l'algorithme EM

Pendant la première étape, les p_k , m_k et σ_k sont estimés (au sens du maximum de vraisemblance) puis les $P(s|x_i)$ sont calculés de façon à maximiser la vraisemblance. Itérativement la vraisemblance croît et les paramètres convergent vers des valeurs pour lesquelles elle atteint son maximum. Cependant, il est possible d'avoir une convergence vers un maximum local. C'est pourquoi une version modifiée de cet algorithme a été mis au point, l'algorithme SEM. Celui-ci comprend alors une étape stochastique. Son principe est donné figure 11.

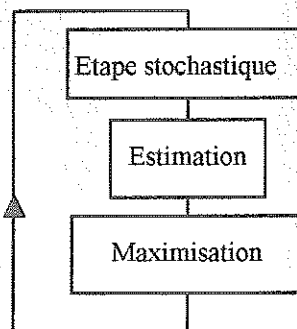


Figure 11 : l'algorithme SEM

IV. modélisation des coefficients TCD

A. Présentation des données

Notre étude se situant dans un contexte hospitalier, les images considérées sont issues d'une base de données du Collège des Enseignants de Radiologie de France (CERF). Elles correspondent à un échantillon représentatif des différents types d'images rencontrées en imagerie médicale. Ainsi, elles sont classées par type ou modalité d'examen.

- “ poumon ” correspond à des images de poumons vus de face ou de profil.

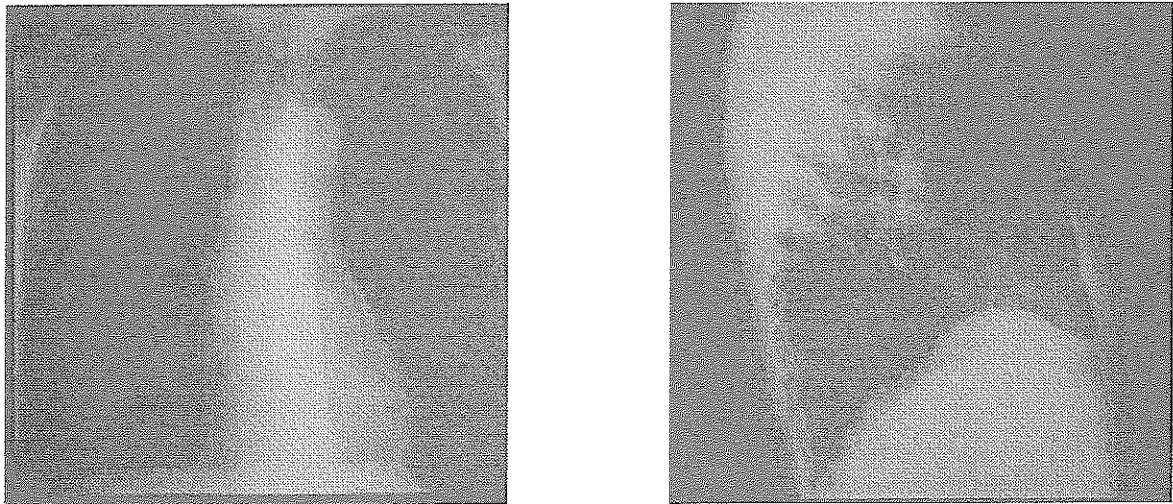


Figure 12 : Image de poumons

- “ scanner ” correspond à des images issues d'un scanner et représentant presque toutes les parties du corps : crâne (coupe horizontale), vertèbres, etc.

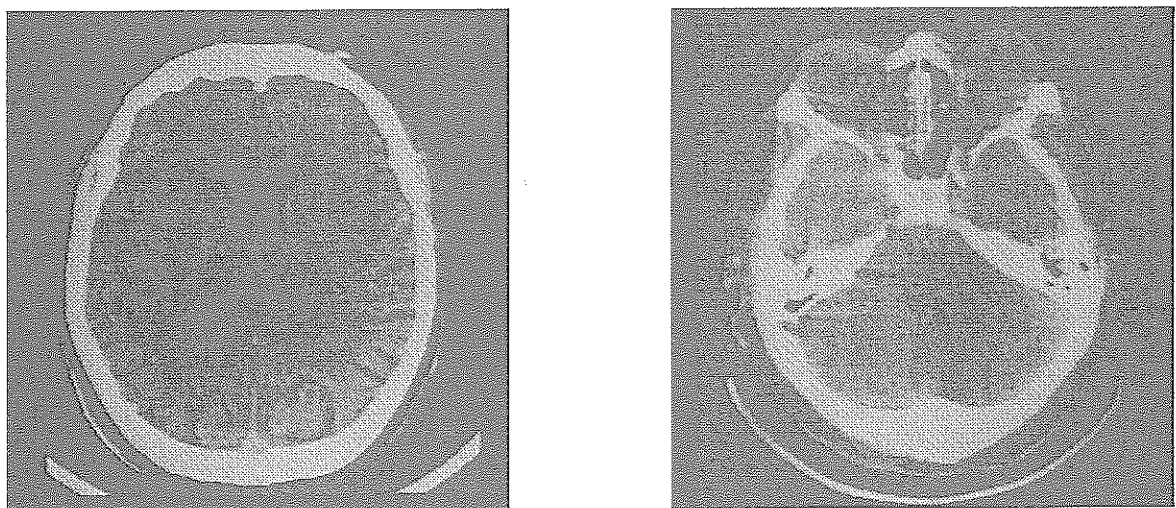


Figure 13 : Image de scanner

- “ IRM ” correspond à des images issues d'un IRM représentant presque toutes les parties du corps : colonne vertébrale, cheville, etc.

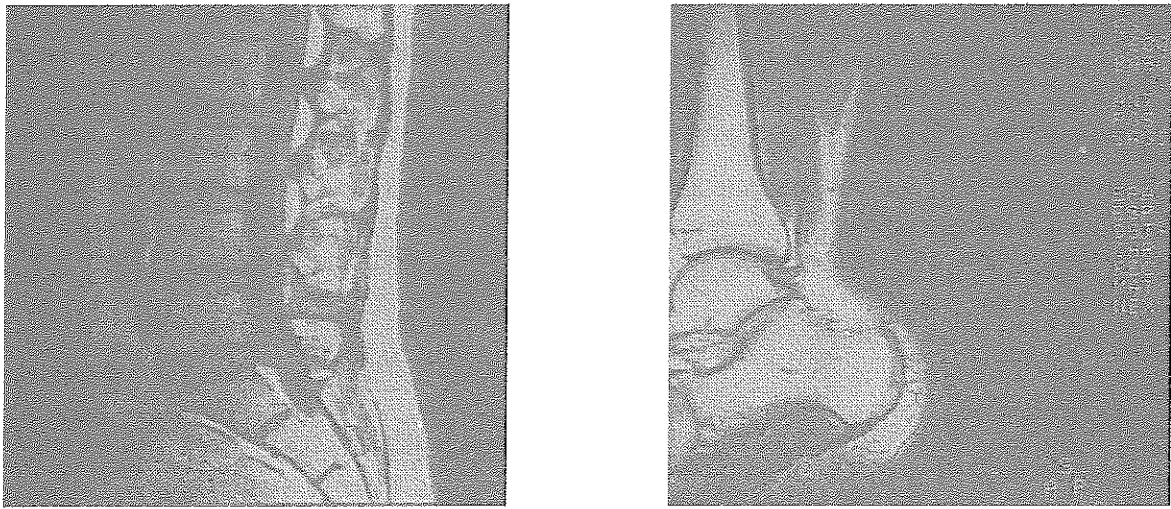


Figure 14 : Image d'IRM

- “ os standard ” correspond à des images issues d'un appareil radiographique standard et représentant presque toutes les parties du corps : crâne (de face ou de profil), main, genoux, etc.

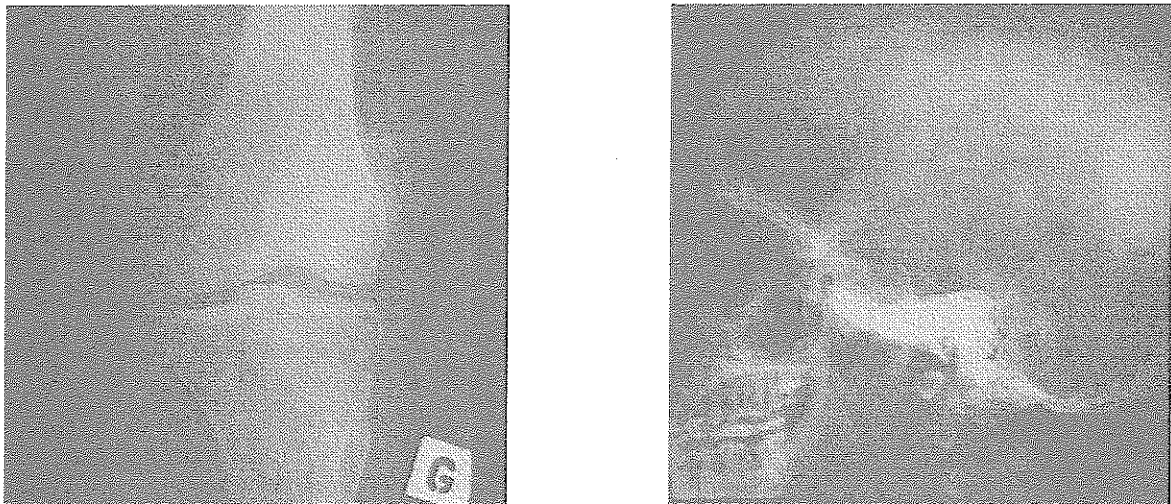


Figure 15 : Images d'os standard

- “ angiographie ” correspond à des images issues d'un angiographe représentant des artères et des organes.

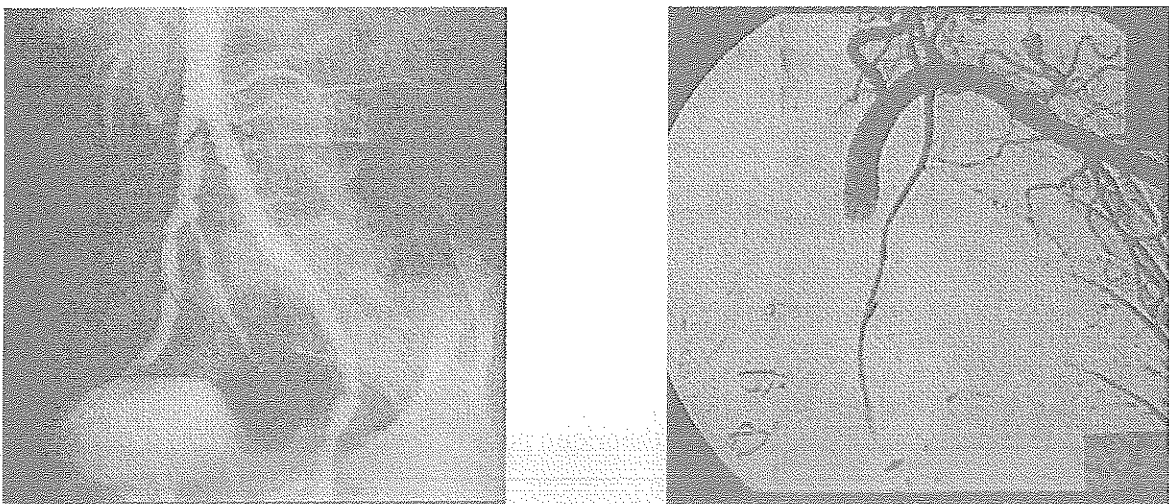
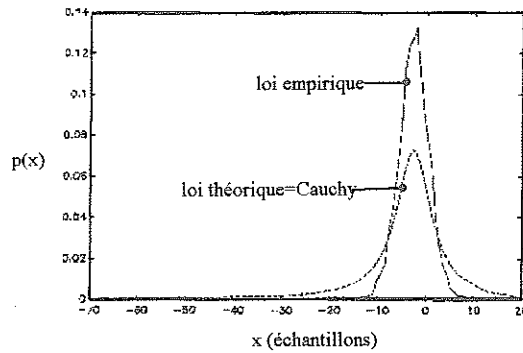


Figure 16 : Image d'angiographie

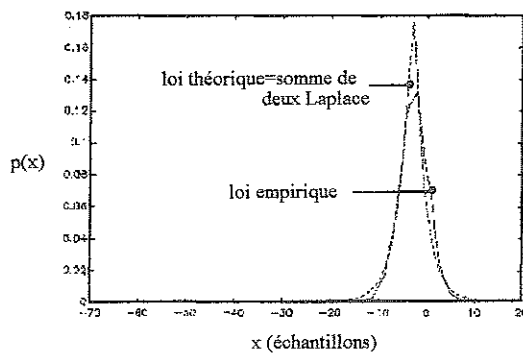
B. Résultats

Le Tableau 8 représente les résultats des différents tests d'adéquation à $\alpha = 5\%$ pour les différentes lois alternatives testées, ceci pour un coefficient résultant de la TCD d'une image de poumons. Les valeurs des seuils pour les différents tests y sont rappelées.

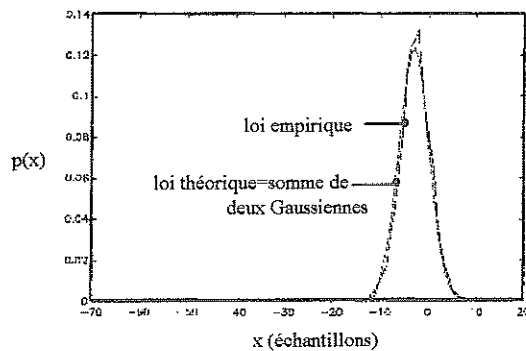
Il apparaît alors que les coefficients TCD ne suivent ni des lois de Cauchy, ni des lois de Laplace, mais des lois mélange de 1, 2 ou 3 Gaussiennes. Ces résultats sont confirmés si l'on compare les densités de probabilité des coefficients avec celles des modèles de lois théoriques (figure 17 (a,b,c)).



(a) : loi théorique = loi de Cauchy



(b) : loi théorique = loi somme de deux Laplace



(c) : loi théorique = loi somme de deux Gaussiennes

Figure 17 : Comparaison loi empirique/loi théorique pour le coefficient TCD(1,4) d'une image de poumons

Tests d'ajustement	K.S	Anderson	Cramer	Watson
Seuils à Gauss	0.013800	0.768421	0.133408	0.128064
$\alpha = 5\%$ Laplace	0.01864	1.470545	0.299904	0.217766
Cauchy = -0.044375 = -2.094975	0.06232	44.581706	3.732576	3.728078
1 Gauss $\chi^2 = 19.838505$	0.087247		13.096190	13.075377
2 Gauss p1 = 0.072510 $\chi^2_1 = 157.906911$ p2 = 0.927490 $\chi^2_2 = 9.083263$	0.016093	1.266502	0.187485	0.160224
3 Gauss p1 = 0.854736 $\chi^2_1 = 7.603345$ p2 = 0.143555 $\chi^2_2 = 61.413681$ p3 = 0.001709 $\chi^2_3 = 3096.18990$	0.012356	0.339770	0.067619	0.039197
1 Laplace = 2.860413	0.030092	6.356111	0.943301	0.913490
2 Laplace p1 = 0.969971 $\chi^2_1 = 2.661985$ p2 = 0.030029 $\chi^2_2 = 9.269800$	0.034769	7.207253	1.306419	1.275754
3 Laplace p1 = 0.478027 $\chi^2_1 = 2.772723$ p2 = 0.515381 $\chi^2_2 = 2.695744$ p3 = 0.006592 $\chi^2_3 = 22.094222$	0.033899	6.552801	1.204566	1.173950

Tableau 8 : Résultats obtenus par l'analyse du coefficient Tcd(0,7) d'une image de poumon

Pour l'ensemble des coefficients des différentes images étudiées, nous obtenons des résultats similaires à l'exemple donné figure 18. Nous pouvons alors remarquer que les coefficients correspondant aux basses fréquences suivent des lois mélange de deux ou trois Gaussiennes et que les coefficients correspondant aux hautes fréquences, souvent assimilés au bruit dans l'image, suivent des lois de Gauss.

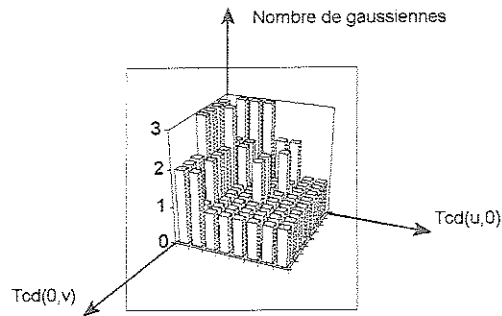


Figure 18: Lois suivies par les coefficients TCD d'une image de poumon

Cependant, il a été impossible de déterminer les lois de distribution des différents coefficients par modalité. En effet nous pouvons remarquer (figure 19) que les résultats obtenus, par exemple pour la modalité "os", n'a pas été possible de déterminer un critère représentatif.

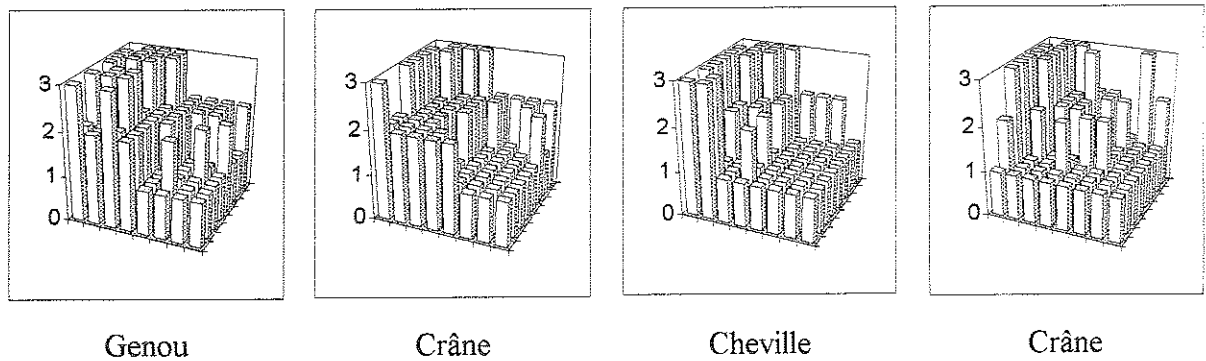


Figure 19 : Lois suivies par les coefficients TCD des images " os "

V. compression adaptée

Ces résultats sont utilisés dans une chaîne de compression adaptée (figure 20). Les matrices de quantification sont alors déterminées à partir des caractéristiques statistiques des coefficients résultants de la TCD des images.

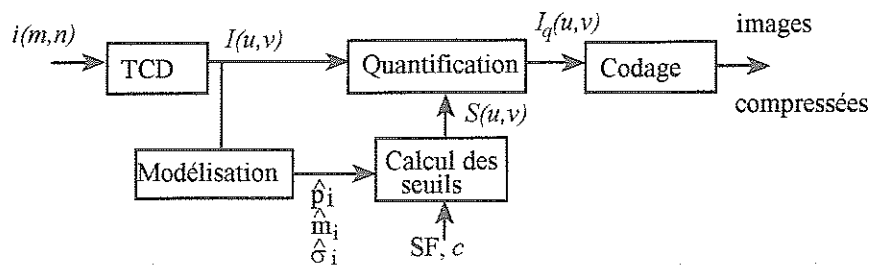


Figure 20 : Schéma bloc de la chaîne de compression utilisée

En effet, une quantification non optimale provoque une dégradation de l'image à sa reconstruction. Aussi, telle qu'elle est effectuée dans la méthode décrite par JPEG, elle a pour objectif de rendre nuls les coefficients de faible valeur qui ne représentent que peu d'information dans l'image, et de réduire la dynamique des autres. Les dégradations engendrées ne doivent pas être perceptibles à l'oeil.

Cependant il est important de remarquer que tous les coefficients ne représentent pas tous la même quantité d'information. En effet la réduction de la dynamique, voir la mise à zéro, d'un coefficient correspondant aux hautes fréquences (souvent assimilée au bruit) ne provoquera pas autant de dégradation que celle d'un coefficient correspondant aux basses fréquences.

L'opération de quantification définie par les expressions (3) et (4) donne :

0 si le coefficient < pas
une réduction de sa dynamique si coefficient > pas

Connaissant les fonctions de répartition des coefficients, leur probabilité d'apparition peut être calculée. Nous pouvons alors définir des seuils au-dessus desquels ils ont peu de probabilité d'apparaître. C'est principalement dans ce cas qu'ils ne doivent pas être rendus nuls sous peine de dégradation visible. En effet, on est souvent dans ce cas en présence d'un détail.

Nous pouvons considérer qu'un coefficient a peu de probabilité d'apparaître si sa valeur est supérieure au seuil défini par :

$$\int_{-\infty}^{\text{seuil}} p(x) dx = 0,95 \quad (24)$$

Ainsi, à partir des résultats obtenus pour les différentes modalités d'image, nous pouvons définir des seuils pour chaque coefficient et chaque modalité (exemple Tableau 9).

DC	34,194708	13,092677	9,716733	7,597367	7,79789	8,709975	7,750371
53,143606	11,354118	6,950359	5,36104	4,946407	4,85144	4,868094	4,796309
14,962616	6,294017	4,917988	4,298976	4,356316	4,1572	4,22586	4,271297
7,419266	3,590188	3,148836	2,983551	3,13072	3,054555	3,004775	3,035595
4,351826	3,305096	3,17441	3,04833	3,026251	3,231581	3,467932	3,123439
3,791032	3,038169	2,86918	2,823716	2,765254	3,097386	3,299607	2,802371
1,785323	1,549943	1,51485	1,470647	1,506596	1,552048	1,589904	1,498868
1,086695	0,900078	0,892925	0,888961	0,898432	0,883066	0,904489	0,879034

Tableau 9 : Seuils obtenus pour une image " poumon "

Les pas de quantification sont calculés pour chaque coefficient, à partir des seuils trouvés précédemment. La relation qui existe entre ces deux entités est donnée par :

$$Q_{uv} = \frac{Fe}{S} \quad (25)$$

avec Fe : facteur d'échelle

L'opération de quantification est alors définie par :

$$AC_q = \frac{AC}{Q_{uv}} \tag{26}$$

avec AC_q coefficient AC quantifié.

Il apparaît alors que :

si $AC < \frac{Fe}{S}$ alors AC_q est mis à zéro

si $AC > \frac{Fe}{S}$ alors il y a réduction d'amplitude.

Si l'on trace les fonctions de densité de probabilité (figure 21), on s'aperçoit que pour les coefficients AC correspondant aux hautes fréquences, le seuil étant faible, la valeur du pas de quantification correspondant est élevée. Ainsi, on ne conserve donc que les valeurs élevées de ces coefficients.

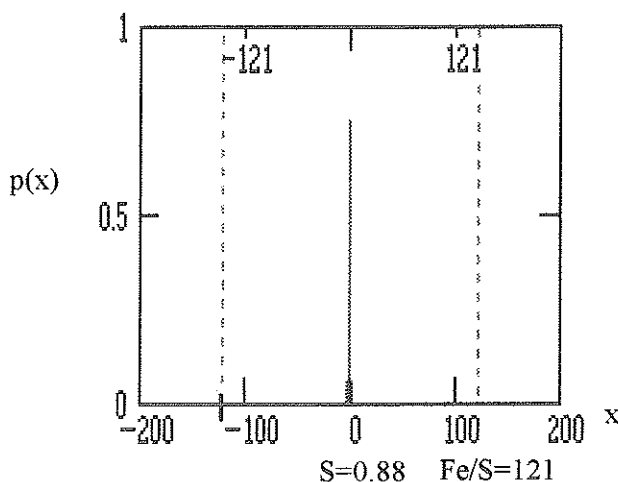


Figure 21 : Seuil et valeur du pas de quantification du coefficient $AC(7,7)$

D'autre part, la valeur du seuil, pour les coefficients correspondant aux basses fréquences, est élevée (figure 22). Ainsi, le pas de quantification associé est faible, la plupart de ces coefficients seront conservés.

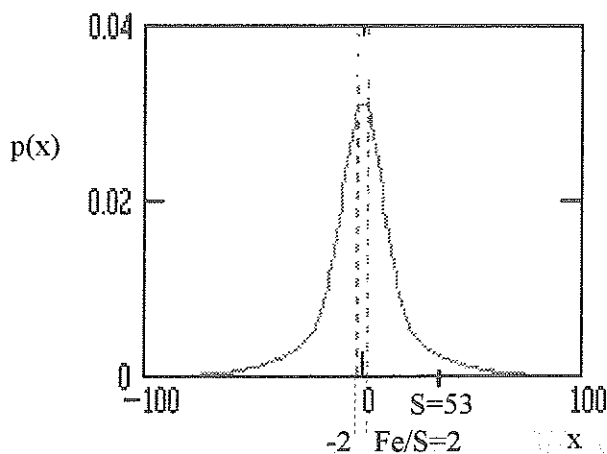


Figure 22 : Seuil et valeur du pas de quantification du coefficient $AC(0,1)$

Pour pouvoir évaluer rapidement les performances obtenues par l'utilisation de matrices probabilistes, les opérations de codage et de décodage ne sont pas mises en oeuvre. La figure 23 décrit la chaîne de compression réduite utilisée.

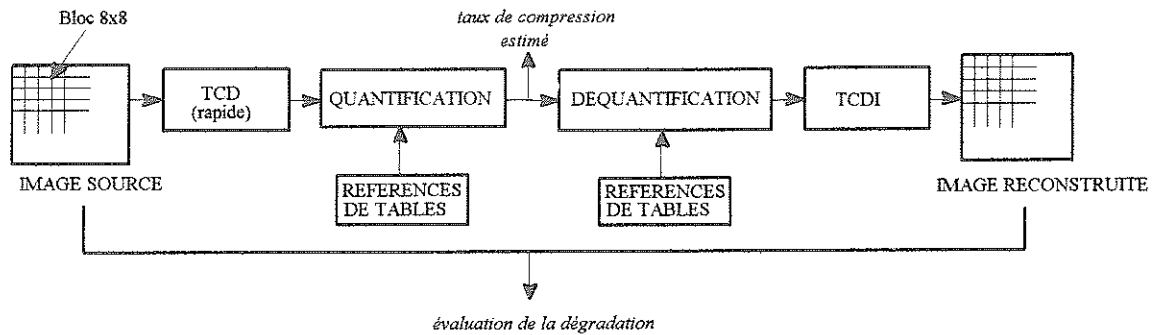


Figure 23 : Chaîne de compression simplifiée utilisée.

Une comparaison est donc faite entre les performances obtenues en utilisant la matrice de visualisation proposée par JPEG, et celles obtenues en utilisant la matrice probabiliste calculée.

Nous avons vu que le taux de compression obtenu après codage, dépend de la dynamique des coefficients TCD après quantification et surtout du nombre de valeurs nulles. Ainsi, le nombre de coefficients nuls peut donner un aperçu sur la valeur de ce taux.

La qualité de restitution est mesurée par le calcul du rapport signal sur bruit (RSB).

Les premiers résultats (tableau 10) sont donnés pour trois images " poumon ".

Nombre de valeurs nulles (%)	RSB (dB)	
	matrice JPEG	matrice probabiliste
93	39,9	41

Tableau 10 mesure des dégradations en fonction du nombre de zéros pour des images de poumons

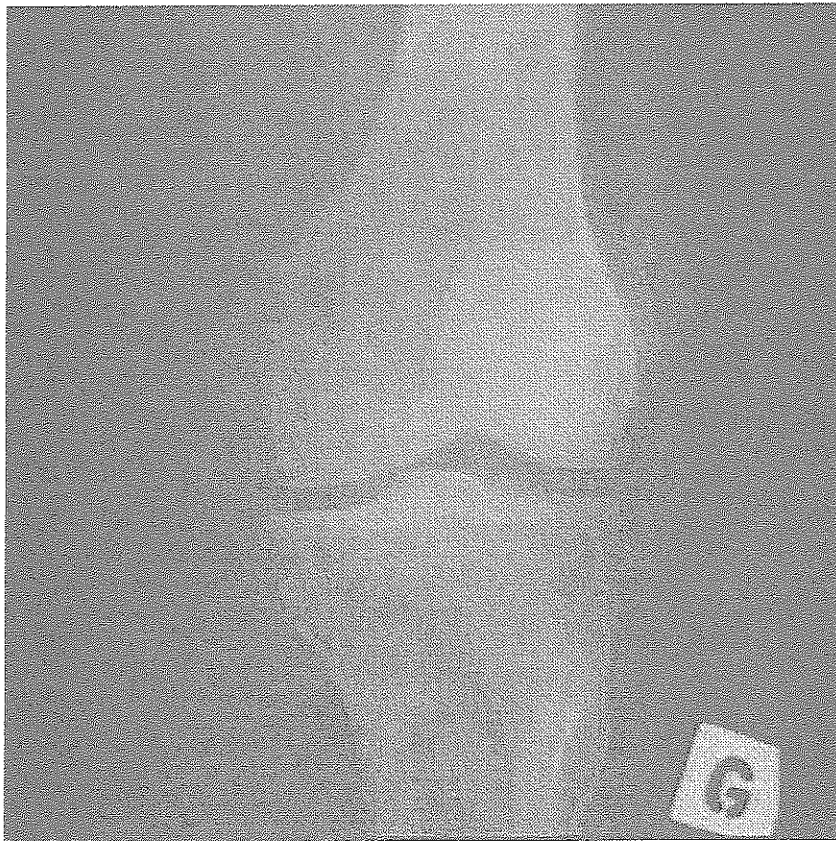
De seconds résultats (tableau 11) sont donnés pour les différentes modalités d'images médicales.

Images	Nombre de valeurs nulles (%)	RSB (dB)	
		matrice JPEG	matrice probabiliste
Poumons	93	39,9	43
Os standard	95	40,6	42,6
Scanner	91	38,8	41,5
IRM	92	39	42
Angiographie	93	39,5	42,8

Tableau 11 Mesure de la dégradation en fonction du taux de compression

Cependant ces résultats ne montrent pas de grandes différences entre les deux types de quantification, en effet le rapport signal sur bruit est une mesure globale qui ne tient pas compte de la non-linéarité de la perception visuelle. Beaucoup d'auteurs s'entendent d'ailleurs sur le fait que pour les images médicales, les critères subjectifs liés à l'utilisation de méthodes relevant des domaines de la théorie de la décision et de la psychophysique [16], restent les plus fiables.

Les figures 24, 25 et 26 montrent des images reconstruites après une compression utilisant la quantification JPEG puis probabiliste. Ces images sont compressées à un taux faisant apparaître des dégradations. Nous observons donc que pour un taux de compression identique, les dégradations sont plus visibles dans le premier cas que dans le second. En effet, sur l'image reconstruite après une compression utilisant la quantification JPEG l'effet de bloc est évident. Ceci montre que la quantité d'information conservée est plus importante dans le cas de la compression utilisant la quantification probabiliste.

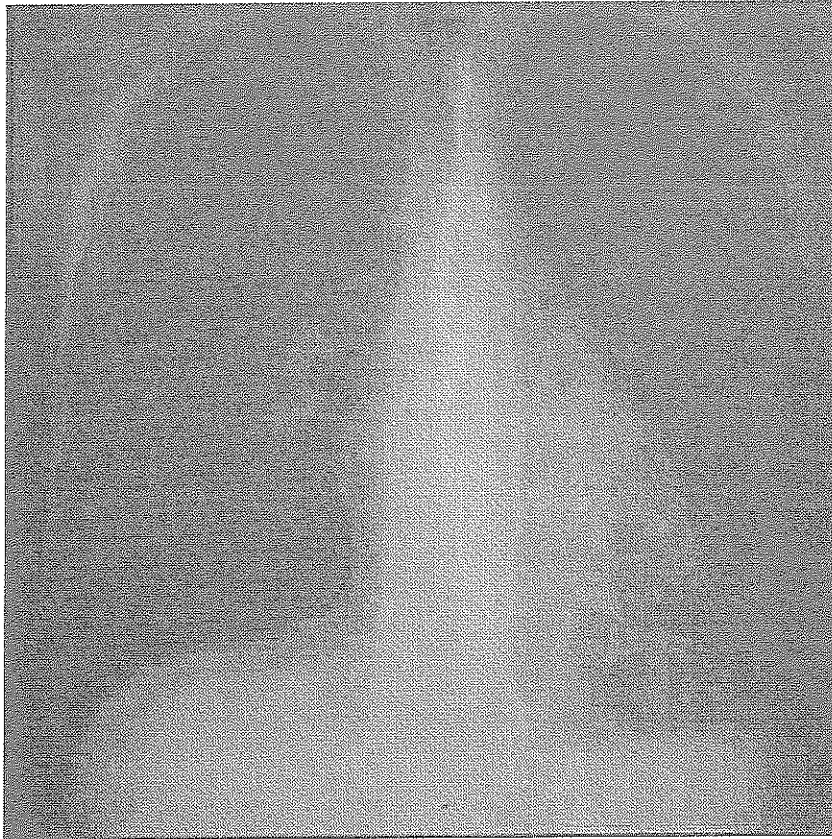


(a) : Chaîne de compression JPEG

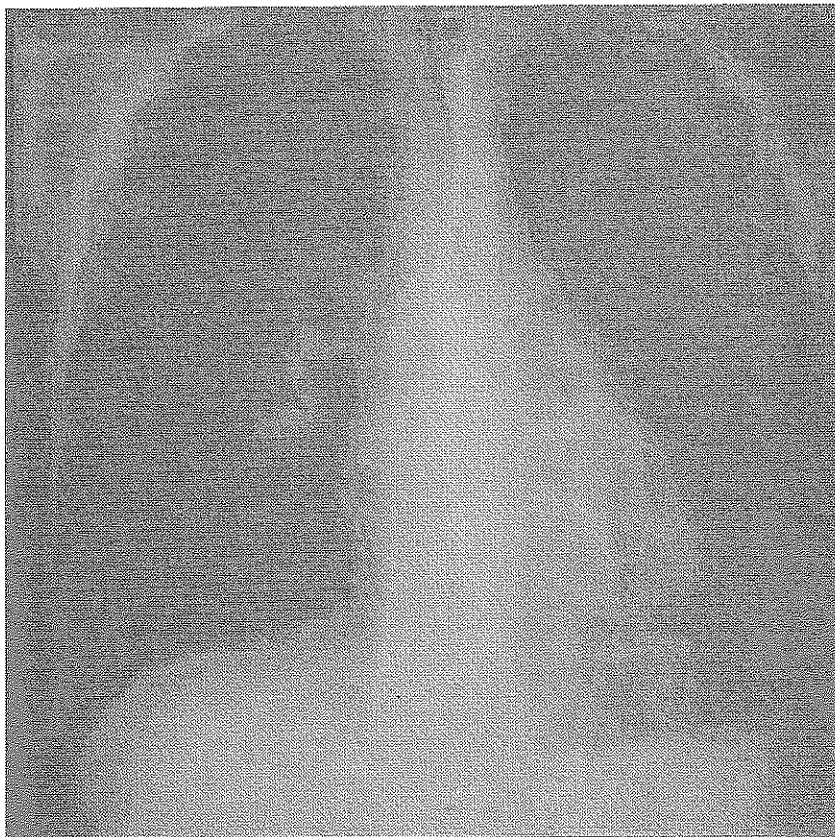


(b) : Chaîne de compression utilisant la matrice de quantification probabiliste

Figure 24 Image "os" reconstruite après une compression

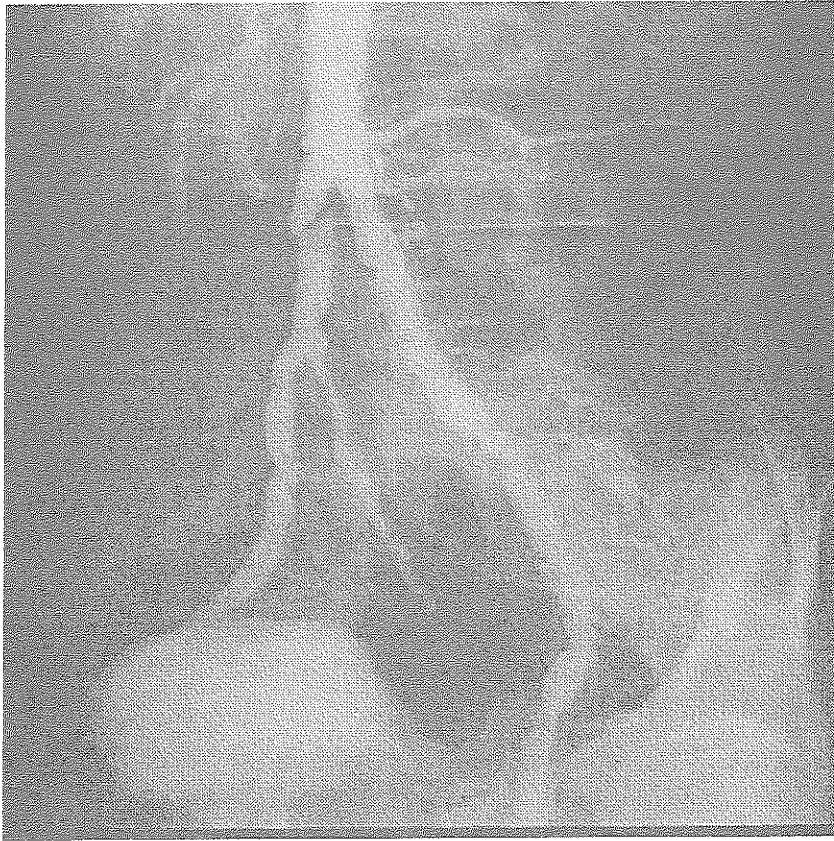


(a) : Chaîne de compression JPEG

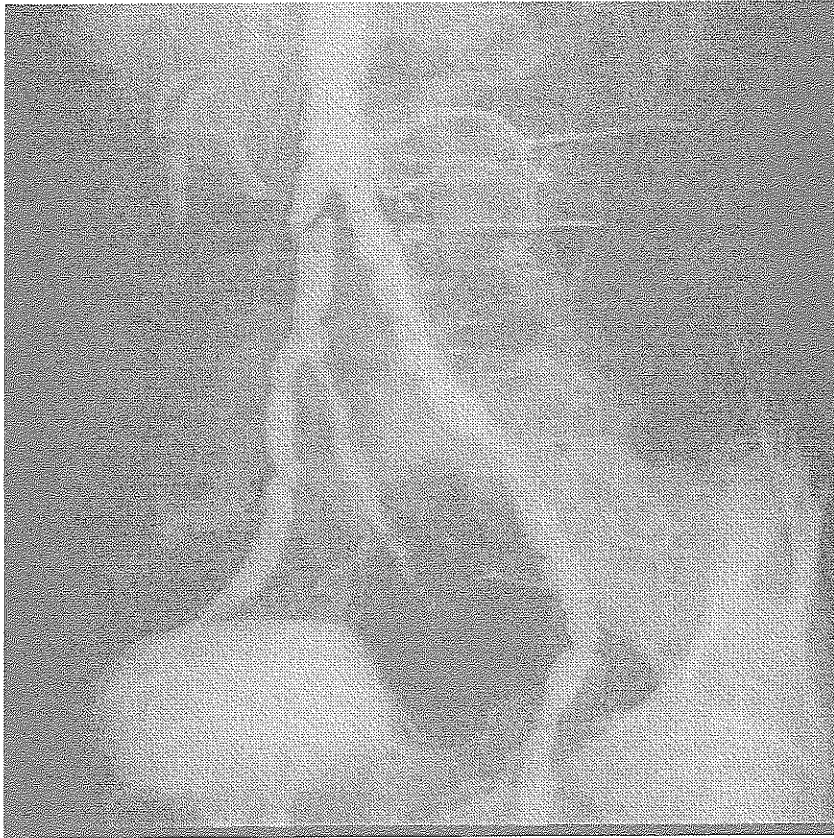


(b) : Chaîne de compression utilisant la matrice de quantification probabiliste

Figure 25 Image "poumon" reconstruite après une compression



(a) : Chaîne de compression JPEG



(b) : Chaîne de compression utilisant la matrice de quantification probabiliste

Figure 26 Image "angiographie" reconstruite après une compression

Conclusion

Nous avons montré dans cet article que la compression des images médicales fixes, réalisée à l'aide d'une chaîne de compression JPEG peut être améliorée par l'utilisation de leurs caractéristiques statistiques.

Nous avons alors mis en oeuvre d'une étude statistique extensive, utilisant une batterie de tests d'adéquation paramétriques et non paramétriques.

Nous avons montré, que contrairement aux résultats trouvés dans la littérature, les coefficients résultants de la TCD des images ne suivent ni des lois de Cauchy, ni des lois de Laplace, mais des lois mélange de 1, 2 ou 3 Gaussiennes. Les coefficients basses fréquences suivent alors des lois mélange de deux ou trois Gaussiennes et les coefficients hautes fréquences, souvent assimilés au bruit dans l'image, suivent des lois de Gauss.

Ces résultats sont ensuite utilisés dans une chaîne de compression adaptée dont les performances sont comparées à celles que l'on pourrait obtenir à l'aide d'une chaîne standard telle qu'elle est définie par la norme JPEG.

Nos premiers résultats sont convaincants puisque des différences visuelles significatives apparaissent en faveur de la chaîne de compression adaptée si on la compare avec la chaîne de compression standard JPEG malgré les résultats similaires obtenus par le calcul du rapport signal sur bruit. Aussi, cette mesure globale ne semble pas adaptée pour quantifier la qualité de reconstruction. Ceci nous permet d'envisager :

- l'adaptation de la chaîne de compression complète en utilisant les modèles des distributions des coefficients TCD pour améliorer le codage,
- l'utilisation de critères d'évaluation objectifs adaptés aux images médicales.

Références

- [1] ISO/IEC JTC1/SC2/WG 10 (1991), "Initial draft for adaptative Discret Cosine Transform Technique for still picture data compression standard", *International Organisation for Standardization (ISO)*.
- [2] V. Thomas, J.L. Blin, M. Hias (1988), "Experiments on visibility thresholds of DCT coefficients", *Proc. Picture Coding Symposium, PCS'88*, pp 3.1-1-3.1-2, Torino.
- [3] Pratt W.K. (1978), *Digital Imaging Processing*. New York :Wiley-Inter-science.
- [4] Reininger R.C. and Gibson J.C. (1983), "Distribution of Two-Dimensional DCT Coefficients for Images", *IEEE Trans. Commun.*, vol COM-31, n°6, pp 835-839.
- [5] Murakami H., Hatori Y., and Yamamoto H. (1982), "Comparison between DPCM and Hadamard transform coding in the composite coding of the NTSC color TV signal", *IEEE Trans. Commun.*, vol COM-30, pp 469-479.

- [6] Bellifemine F., Capellino A., Chimienti A., Picco R. and Ponti R. (1992), "Statistical analysis of the 2D-DCT coefficients of the differential signal for images", *Signal Processing : Image Communication*, vol. 4, n° 6, pp 477-488.
- [7] Eggerton J. D. and Srinath M. D. (1986), "Statistical distribution of image DCT coefficients", *Comput. & Elect. Eng.*, vol. 12, pp 137-145.
- [8] Zang Y., Loew M. H., and Pickholtz (1990), "A methodology for modeling the distributions of medical images and their stochastic properties", *IEEE Trans. Medical Imaging*, vol. 9, pp. 376-383.
- [9] Lee H., Kim Y. Rowberg A.H., and Riskin E.A. (1993), "Statistical distribution of DCT coefficients and their application to an interframe compression algorithm for 3-D medical images", *IEEE Trans. Medical Imaging*, vol. 12, N°3, pp. 478-485.
- [10] Bouyanzer, R. Grisel, H. Cherifi, R. Debie (1991), "Segmentation statistique sur des images couleurs, approche scalaire et vectorielle", *XIIIème colloque GRETSI*, Juan les Pins, pp 1073-1076.
- [11] H. Cherifi (1987), "Evaluation de tests d'hypothèse", *Communications avec Actes GRETSI*.
- [12] Stephens M.A. (1974), "EDF statistics for goodness of fit and somme comparaisons", *journal of the american statistical association*, vol. 69, n° 347.
- [13] G. Saporta (1989-1990), "Probabilités et statistique", Ecole Centrale, Paris.
- [14] R.A.Redner, H.F.Walker (1984), "Mixture densities, Maximum likelihood and the EM algorithm", *SIAM Review* 26, pp 195-240.
- [15] Celeux, Diebolt (1984), "Reconnaissance de mélange de densité et classification, un algorithme d'apprentissage probabiliste : l'algorithme SEM", Rapport de recherche INRIA, n°349.
- [16] A.E. Burges (1988), "Perception and detection of signals in medical images", The formation handling and evaluation of medical images, NATO ASI, Courses Notes, Portugal.

