

## Quelques modèles pour l'arcade dentaire humaine

Maxime ROTENBERG<sup>1</sup>, Philippe DEJEAN<sup>2</sup>,  
Denis DUCROS<sup>3</sup>, et Antoine de FALGUEROLLES<sup>3</sup>

Université Paul Sabatier, 118, Route de Narbonne, 31 062 TOULOUSE CEDEX.

**Résumé:** *La modélisation des formes d'arcade dentaire a depuis longtemps intéressé les orthodontistes. Dans ses traitements, le praticien utilise souvent des arcs à mémoire de forme. Ces arcs sont industriellement préformés selon un petit nombre de gabarits. L'utilisation de ces gabarits passe nécessairement par une bonne connaissance des formes d'arcades.*

*Cet article rend compte d'une expérience de modélisation statistique d'arcades dentaires. Des approches paramétriques classiques sont décrites. Certaines de leurs insuffisances suggèrent l'emploi de méthodes statistiques robustes. Les résultats obtenus semblent convenir au praticien.*

*Ce travail s'inscrit dans un cadre plus général visant à individualiser l'arc à mémoire de forme : chaque praticien à l'aide d'une caméra (pour l'acquisition des données), d'un ordinateur et d'un logiciel adéquat pourrait ainsi obtenir instantanément l'arc le mieux adapté à son patient.*

**Mots clés :** Arcade dentaire, Régression, Régression robuste, Analyse en composantes principales, Analyse factorielle non linéaire.

---

1 Laboratoire de biomatériaux et d'interactions sur les tissus dentaires.

2 IRIT-2IL/TCI.

3 Laboratoire de Statistique et Probabilités.

**Abstract :** *The modelling of dental arches is of interest to the orthodontist. In the course of a treatment, the practitioner often uses dental arch wires with shape memory. These arch wires are industrially preshaped using a limited number of templates. The matching of the template to the dental arch assumes a fair knowledge of dental arch shapes.*

*This paper describes an experiment in statistical modelling of dental arches. Some standard parametric approaches are recalled. Their short-comings suggest the use of robust estimation. The results appear satisfactory to practitioners.*

*This work is part of a larger study, which aims to produce personalized arch wires with shape memory for each patient: an orthodontist using a camera (for data acquisition), a computer and some adequate software program could instantaneously produce the best suitable shape for his patient.*

**Key-words :** Dental arch, Regression, Robust regression, Principal component analysis, Non linear factor analysis.

# 1 Introduction

L'orthopédie dento-faciale est la spécialité dentaire qui consiste à aligner les dents au sein des arcades en respectant des critères esthétiques et fonctionnels. Le choix de la forme désirée d'arcade doit être réalisé dès les premières étapes du traitement. Une même forme retenue pour tous les jeux successifs d'arcs utilisés dans un même traitement permet de diminuer les mouvements dentaires inutiles voire néfastes. Le principal problème de l'orthodontiste consiste donc à effectuer le choix de cette forme compte tenu de la situation clinique.

De nombreux auteurs ont tenté de trouver une forme moyenne, susceptible d'être adaptée à la majorité des patients. Cependant, les modèles proposés et les arcs qui en découlent, ne nous paraissent pas satisfaisant pour diverses raisons.

Tout d'abord, les modèles mathématiques sous-tendant ces formes sont souvent obtenus par ajustement à des arcades pseudo-parfaites. Ceci est très intéressant dans l'absolu, mais l'est beaucoup moins en pratique quotidienne puisque les orthodontistes, surtout sollicités dans des cas de malpositions unitaires, constatent une assez grande variété de formes. De plus, aucun des modèles décrits dans la littérature ne prend en compte les malpositions unitaires, pourtant fréquentes. Par ailleurs, les arcades pseudo-parfaites présentent un degré de symétrie très important. Dans de tels cas, il est aisé de déterminer le repère naturel nécessaire à la mise en œuvre de certains modèles d'arcades. La réalité est beaucoup plus complexe, les bouches présentant rarement de telles symétries.

Ainsi l'individualisation des formes d'arcade paraît actuellement faire l'objet d'un consensus. Cette individualisation est l'objet principal de ce travail. Elle est abordée au travers de l'analyse de données d'enquête portant sur 93 étudiants inscrits en deuxième année d'odontologie à l'Université Paul Sabatier : 42 en 1994-1995 et 51 en 1995-1996. Trois observations ont été écartées pour diverses raisons (motifs anatomiques exceptionnels ...). Notre enquête recueille donc 90 observations provenant de 47 étudiants et 43 étudiantes.

Dans ce travail nous nous limitons à la modélisation paramétrique de l'arcade mandibulaire (inférieure). Le choix de cette arcade est en relation directe avec la pratique orthodontique. Des éléments anatomiques obligent le praticien à porter d'abord son attention sur l'arcade mandibulaire, l'arcade maxillaire pouvant être ajustée ultérieurement de façon à obtenir des rapports inter-arcades les plus satisfaisants possibles. En effet la marge de manœuvre pour les déplacements dentaires s'avère être beaucoup plus importante sur l'arcade maxillaire que sur son homologue mandibulaire. Nous considérons donc l'implantation dentaire telle qu'elle est rendue par la vue horizontale constituée par le plan d'occlusion de l'arcade mandibulaire, ce plan étant anatomiquement défini.

La méthode choisie pour l'enregistrement des données suit un protocole classique qui a été décrit récemment par OLLU & al. (1995) : une empreinte aux alginate est réalisée puis coulée en plâtre ; elle est ensuite positionnée sous une caméra à couplage de charge qui digitalise l'image occlusale ; le praticien peut alors cliquer sur les points qu'il désire enregistrer. Les données sont consignées dans un fichier qui peut servir à des études statistiques individualisées ou, après

regroupement, à des études plus globales.

Cet article s'articule comme suit. Nous détaillons d'abord le protocole d'acquisition des données et sa motivation anatomique. Nous rappelons les méthodes paramétriques les plus utilisées pour la modélisation des arcades dentaires et discutons la construction d'un repère «naturel». Les méthodes classiques s'avérant trop sensibles aux malpositions unitaires, nous proposons l'utilisation de méthodes robustes d'ajustement. Enfin nous présentons quelques arcades et discutons les résultats obtenus.

## 2 L'acquisition des données

Avant de détailler le protocole d'acquisition des données, nous mentionnons quelques rudiments d'anatomie dentaire qui déterminent certains des choix effectués dans cette phase de notre travail.

### 2.1 Rudiments d'anatomie dentaire

Les organes dentaires sont implantés dans deux os distincts : le maxillaire et la mandibule. Théoriquement, le nombre de dents est le même sur l'arcade maxillaire (supérieure) et sur l'arcade mandibulaire (inférieure) ; il en est de même sur chaque demi-arcade gauche ou droite. La cavité buccale est, par suite, conventionnellement divisée en quatre quadrants de 8 dents homologues

En général, chaque quadrant présente 2 incisives, 1 canine, 2 prémolaires et 3 molaires. Ce système de répartition donne lieu à, son tour, à une numérotation conventionnelle des dents. Chaque dent a donc un numéro propre composé de deux chiffres.

- Le premier est celui du quadrant d'implantation (1 à 4) ; le quadrant 1 est situé dans le secteur supérieur-droit de la bouche du patient, les quadrants 2, 3 et 4 respectivement dans les secteurs supérieur-gauche, inférieur-gauche et inférieur-droit.
- Le second désigne la dent (1 à 8).

Sur la vue occlusale, chaque dent peut être repérée par des caractéristiques anatomiques discernables. En conséquence, nous avons choisi les points suivants :

- le bord libre pour les incisives (2 points) ;
- la pointe canine (1 point) ;
- les pointes cuspidiennes pour les prémolaires (2 points) ;
- les pointes cuspidiennes pour les molaires (4 points).

Le cas échéant, les dents de sagesse peuvent présenter seulement 1, 2 ou 3 pointes cuspidiennes suivant leur degré d'évolution et les dents 35, 45, 36 et 46 une petite cuspide supplémentaire que nous n'avons pas prise en compte. Une implantation type du quadrant 4 (hémi-arcade inférieure droite) est reproduite en figure 1.

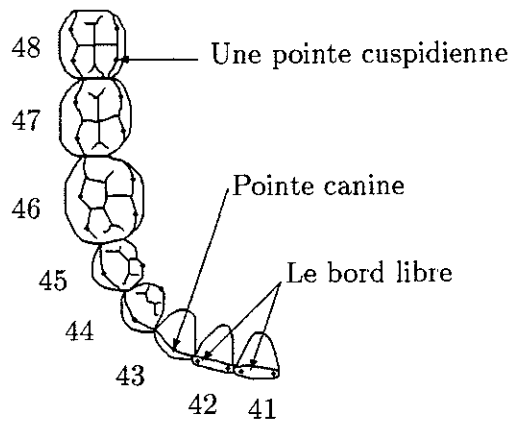


FIG. 1 - Hémi-arcade inférieure droite.

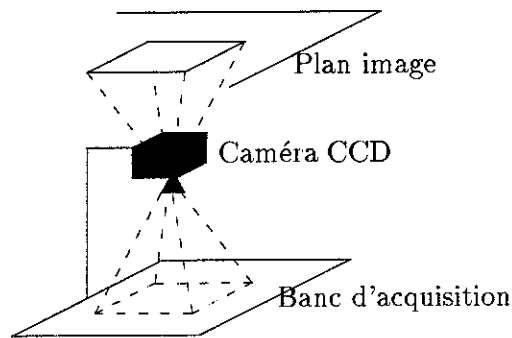


FIG. 2 - Dispositif d'acquisition.

## 2.2 Acquisition des données

### 2.2.1 Le dispositif

Pour effectuer l'acquisition des images d'arcades dentaires, nous avons choisi un système comprenant une caméra à couplage de charge (Charge Coupled Device) montée sur un support la maintenant à la verticale du plan de travail (FIG. 2). Ce plan de travail (encore appelé banc d'acquisition) est alors parallèle au plan image de la caméra. De plus, le support de la caméra est fixé sur le banc d'acquisition, ce qui confère au dispositif une certaine stabilité.

Pour minimiser les effets de distorsion dus à l'erreur de parallaxe le long du plan d'occlusion, le socle du moulage est retaillé à 2,5 cm de ce plan. Ainsi, lors de l'observation, le plan d'occlusion est parallèle au banc d'acquisition, c'est-à-dire au plan image de la caméra.

### 2.2.2 La saisie

Chaque moulage est placé sur le banc d'acquisition. L'opérateur positionne le moulage en cherchant à faire coïncider l'axe approximatif de symétrie droite-gauche de l'arcade et un des axes du repère associé à la caméra. Après numé-

risation, le relevé des points cuspidés est effectué par un opérateur expert qui les désigne au moyen d'un curseur et d'une touche de validation. L'ensemble des points sélectionnés sur cette image est alors automatiquement sauvegardé dans un fichier comportant, pour chaque point :

- le numéro de la dent ;
- l'identificateur de la cuspide ;
- les coordonnées  $x$  et  $y$  du pixel sélectionné ;
- l'intensité  $z$  du pixel sélectionné.

La figure 3 montre l'image d'un moulage, le fichier de données et la représentation plane de l'arcade associés.

Dans ce fichier les dents manquantes sont codées ( $x = 0, y = 0, z = -1$ ) La colonne «n» représente le numéro conventionnel de la dent et la colonne «s» indique la position du point retenu en superficie de la dent : V = Vestibulaire, L = Lingual, M = Mésial, D = Distal, . = sans objet.

Ces fichiers sont disponibles sur simple demande auprès des auteurs ainsi que les valeurs métriques (en mm) des pixels.

### 3 Méthodes classiques de modélisation

Soient  $\{(x_i, y_i) \mid i = 1, \dots, n\}$  les coordonnées des points représentatifs de la position des dents dans un repère donné. La modélisation de l'arcade dentaire est principalement abordée de deux façons

- On recherche une courbe plane paramétrée  $\{(X(t), Y(t)) \mid t \in T\}$  ajustant au mieux ces points.
- On détermine un repère «naturel» et on recherche, dans ce repère, une fonction simple  $f$  telle que  $Y = f(X)$

Naturellement des considérations d'ordre esthétique, fonctionnel et mathématique sous-tendent ces approches. Nous avons adopté un point de vue paramétrique compte tenu du petit nombre de mesures effectuées sur chaque arcades. Dans le premier cas, un choix commode consiste à ajuster une conique. Le principal intérêt de cette méthode est son invariance par rapport au repère initial (BOOKSTEIN, 1979). Dans le second cas, ce sont des polynômes en  $X$  qui sont retenus. L'exposé des problèmes posés par la détermination pratique d'un repère «naturel» est reporté à la section 4.

n	s	x	y	z
38	VD	0	0	-1
38	LD	0	0	-1
38	VM	663	-106	133
38	LM	619	-101	126
37	VD	645	-163	119
37	LD	605	-147	109
37	VM	628	-204	125
37	LM	589	-193	132
36	VD	627	-271	126
36	LD	580	-237	107
36	VM	606	-305	104
36	LM	559	-282	145
35	V	582	-362	133
35	L	544	-355	116
34	V	550	-418	125
34	I	519	-399	146
33	.	501	-478	124
32	D	458	-510	121
32	M	430	-517	125
31	D	410	-527	62
31	M	379	-529	93
48	VD	0	0	-1
48	LD	153	-50	121
48	VM	96	-96	96
48	LM	152	-96	96
47	VD	100	-151	102
47	LD	152	-144	105
47	VM	114	-194	106
47	LM	159	-191	109
46	VD	122	-265	120
46	LD	171	-235	112
46	VM	134	-302	116
46	LM	190	-288	128
45	V	168	-352	134
45	L	209	-352	134
44	V	190	-407	144
44	I	224	-393	149
43	.	241	-479	141
42	D	281	-506	127
42	M	309	-518	117
41	D	332	-525	101
41	M	360	-527	110

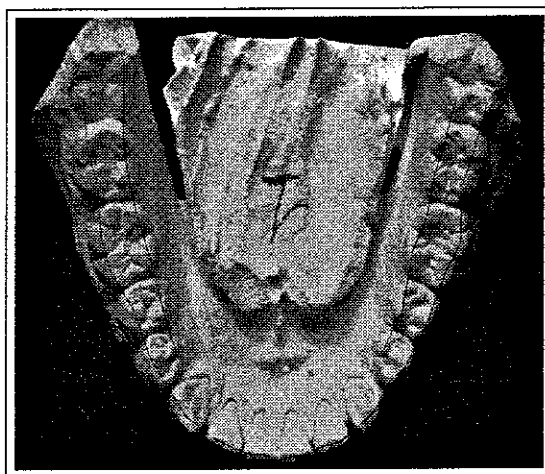
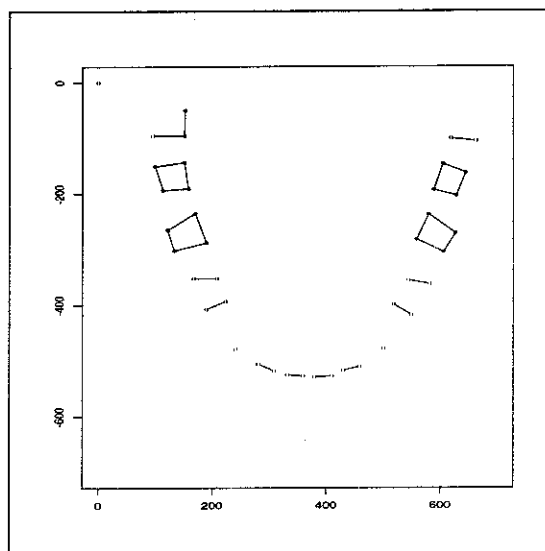


FIG. 3 - *Fichier de points, représentation et image.*

### 3.1 Pondération des observations

Il est fréquent en statistique de pondérer les observations et toutes les méthodes que nous présentons dans cet article se prêtent aisément à la prise en compte de pondérations.

Dans nos calculs, seuls les points non linguaux (extérieurs) ou non relatifs aux dents de sagesse sont retenus. Ces points (au plus 11 par hémi-arcade) sont alors considérés comme équipondérés. Conférant plus d'importance aux molaires (deux cuspidés retenues) qu'aux prémolaires (une cuspidé), aux incisives (deux extrémités de bord libre) qu'aux canines (une pointe), ce choix convenait au praticien de l'équipe. Cependant d'autres systèmes de pondération sont possibles : celui, par exemple, de JARABACK prenant en compte l'ancrage des dents (GOUTINER, 1975). Une individualisation des pondérations basée sur des facteurs extrinsèques et intrinsèques spécifiques est encore théoriquement concevable ; ce travail reste à faire.

### 3.2 Ajustement à une conique

#### 3.2.1 Modèle

L'ajustement d'une conique modélisant l'arcade idéale est notamment retenu par FERRARIO et al. (1994) et SAMPSON (1983). On considère donc la conique d'équation :

$$\alpha x^2 + \beta xy + \gamma y^2 + \delta x + \epsilon y + \phi = 0,$$

où  $\alpha^2 + \beta^2/2 + \gamma^2 = k$ .

Il est clair que, dans le cas d'une ellipse, les valeurs du grand axe et du petit axe fournissent des indices de morphologie dento-faciale.

#### 3.2.2 Estimation

BOOKSTEIN (1979) propose d'estimer les paramètres de cette conique en résolvant le problème d'optimisation suivant :

$$\begin{cases} \min v^T S v \\ \text{sous la contrainte} \\ v^T D v = k \end{cases}$$

où

- $S$  est la matrice des produits croisés de  $X^2$ ,  $XY$ ,  $Y^2$ ,  $X$ ,  $Y$ , 1 (constante)
- $D$  la matrice diagonale d'éléments  $(1, 1/2, 1, 0, 0, 0)$
- $v^T$  le vecteur transposé de  $v$ .

Le vecteur  $v^T$  fournit alors les estimations des paramètres  $(\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}, \hat{\delta}, \hat{\epsilon}, \hat{\phi})$  de la conique. La valeur  $k = 2$  est conseillée par cet auteur.



Les formules matricielles donnant cette estimation sont simples. Notant  $S_{11}$ ,  $S_{12} = S_{21}^T$ , et  $S_{22}$  les blocs d'ordre  $(3, 3)$  de la forme partagée de  $S$ ,  $v_1$  et  $v_2$  les blocs d'ordre  $(3, 1)$  de  $v$ ,  $D_1 = \text{diag}(1, 1/2, 1)$  et  $D_2 = \text{diag}(0, 0, 0)$  les blocs diagonaux de  $D$ , on forme l'opérateur  $D_1^{-1/2}(S_{11} - S_{12}S_{22}^{-1}S_{21})D_1^{-1/2}$ . Soit  $v_3$  le vecteur propre associé à la plus petite valeur propre de cet opérateur. Alors BOOKSTEIN (1979) montre que  $v_1 = D_1^{-1/2}v_3$  et  $v_2 = -S_{22}^{-1}S_{21}D_1^{-1/2}v_3$ . Des contraintes linéaires peuvent aisément être ajoutées pour obtenir des coniques particulières. Il s'agit là d'une estimation par une analyse factorielle, non linéaire et contrainte, des variables  $X, Y, 1$ . Cette approche est donc de type  $L_2$ .

### 3.3 Régression polynomiale

#### 3.3.1 Modèle

On recherche à approximer  $Y$  par un polynôme  $P_p$  de degré  $p$ :

$$Y = P_p(X) = \alpha_0 + \alpha_1 X + \dots + \alpha_p X^p$$

Par exemple, RICHARD et al. (1990) considèrent un polynôme de degré  $p = 4$  où les termes de degré pair modélisent la symétrie et les termes de degré impair l'asymétrie. RABERIN et al. (1993) considèrent des polynômes de degré six avec seulement des termes de degré pair. ROTENBERG & DUCROS (1995) considèrent 4 modèles:  $p = 4$ ;  $p = 4$  avec termes de degré pair seuls;  $p = 6$ ;  $p = 6$  avec termes de degré pair seuls.

Remarquons qu'il est assez facile de réintroduire (puis de tester) l'asymétrie dans un modèle polynomial à termes de degré pair seulement en définissant un effet côté. Le modèle correspondant, pour  $p = 4$ , s'écrit simplement:

$$\begin{cases} Y = \alpha_0 + \alpha_{4,2}X^2 + \alpha_{4,4}X^4 & \text{quadrant 4} \\ Y = \alpha_0 + \alpha_{3,2}X^2 + \alpha_{3,4}X^4 & \text{quadrant 3} \end{cases}$$

Il ressort de ces études que les modèles polynomiaux de degré  $p = 6$  (à termes de degré pair), maléables du fait de leur degré élevé, sont trop sensibles à des malpositions. D'où notre préférence pour des modèles polynomiaux de degré  $p = 4$  à termes de degré pair seuls:

$$Y = P_4(X) = \alpha_0 + \alpha_2 X^2 + \alpha_4 X^4,$$

retenus dans la suite de notre travail. L'interprétation anatomique des coefficients de ce modèle simple est immédiate:

- $\alpha_0$  est un indice de longueur de l'arcade;
- $\alpha_2$  est un indice d'aplatissement du secteur antérieur;
- $\alpha_4$  est un indice de divergence des secteurs postérieurs.

### 3.3.2 Estimation

La méthode d'estimation couramment utilisée est celle des moindres carrés, les résidus de l'ajustement étant mesurés parallèlement à l'axe sagittal. Notons qu'une approche de type régression orthogonale serait, a priori, plus pertinente dans ce contexte.

## 3.4 Discussion

Les méthodes d'estimation utilisées pour les modèles ci-dessus sont de type  $L_2$ . Elles sont donc, a priori, sensibles aux malpositions des dents. Ceci est confirmé par notre étude. On notera cependant que, dans le cas de la régression polynomiale, le praticien peut examiner avec profit la fonction d'influence des points pour quantifier les effets des malpositions. Dans le cas de l'ajustement à une conique, il serait souhaitable de définir des indices analogues en s'inspirant du travail fondateur de CRIICHEY (1985); c'est l'objet d'un travail en cours.

## 4 Choix d'un repère «naturel»

Les techniques de modélisation de type  $Y = f(X)$  exigent la détermination préalable d'un repère orthogonal «naturel» pour les observations. On compare, dans cette section, différentes méthodes de détermination d'un tel repère à partir du repère initial, ce dernier étant fixé par l'opérateur expert effectuant le relevé des points (cf FIG. 2)

### 4.1 Méthodes

Sur une arcade pseudo-parfaite présentant une symétrie quasi-parfaite, il est assez naturel de choisir comme origine le point inter-incisif, comme axe des  $X$  une droite parallèle à la tangente aux faces distales des dernières molaires présentes sur l'arcade, et comme axe des  $Y$  l'orthogonal à l'axe des  $X$ . Cette détermination théoriquement simple, est évidemment malaisée en présence de malpositions diverses des dernières molaires ou des incisives. Trois méthodes de détermination ont retenu notre attention. Dans ces trois cas, les points saisis soit sur des dents dont la symétrie est absente, soit sur les dents de sagesse, sont systématiquement exclus de cette détermination. Celle-ci se fait donc avec au plus 34 points.

#### 4.1.1 Centrage simple

On suppose que le positionnement de l'opérateur est correct. On calcule le centre de gravité  $C_g$  des points caractérisant les dents retenues. On centre par rapport à ce point.

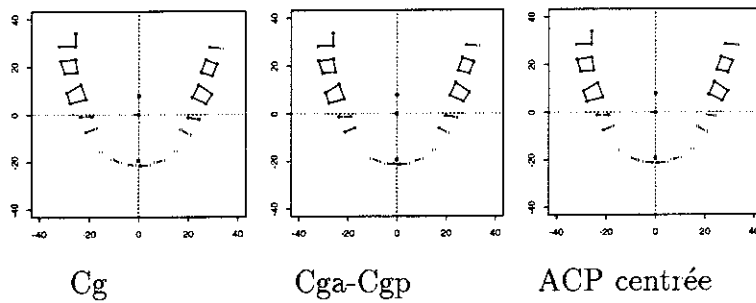


FIG. 4 - *Arcade pseudo-parfaite.*

#### 4.1.2 Alignement sur l'axe Cga-Cgp

On centre les données comme dans le centrage simple. On calcule le centre de gravité des points caractérisant les dents antérieures (incisives et canines),  $C_{ga}$ , puis le centre de gravité des dents postérieures (molaires et prémolaires),  $C_{gp}$ . L'axe des  $Y$  est alors porté par l'axe  $C_{ga}-C_{gp}$  et l'axe des  $X$  orthogonal. C'est la méthode notamment retenue par FERRARIO et al. (1994).

#### 4.1.3 ACP centrée

Dans un troisième cas, le repère est obtenu par analyse en composantes principales centrée (ACP). En effet, cette méthode consiste à effectuer un changement de repère en maximisant l'inertie le long des axes, les données étant centrées en  $C_g$ . L'interprétation des axes factoriels est anatomique: l'axe 1 est l'axe transversal, l'axe 2 l'axe sagittal. Les racines carrées des valeurs propres de l'analyse, c'est-à-dire ses valeurs singulières  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ , fournissent en outre des indices de morphologie dento-faciale.

#### 4.1.4 Remarque

Par construction, et dans ce contexte planaire, la méthode d'«alignement sur l'axe  $C_{ga}-C_{gp}$ » s'apparente à l'ACP comme la «droite de Mayer» à la régression usuelle.

## 4.2 Exemples

Les figures 4 et 5 présentent deux arcades dans les trois repères considérés.

## 4.3 Discussion

Il ressort de l'étude de ROTENBERG & DUCROS (1995) que la méthode de l'alignement sur l'axe  $C_{ga}-C_{gp}$  est préférable à celle de l'ACP. En effet la méthode de l'alignement sur l'axe  $C_{ga}-C_{gp}$  semble positionner presque toujours les

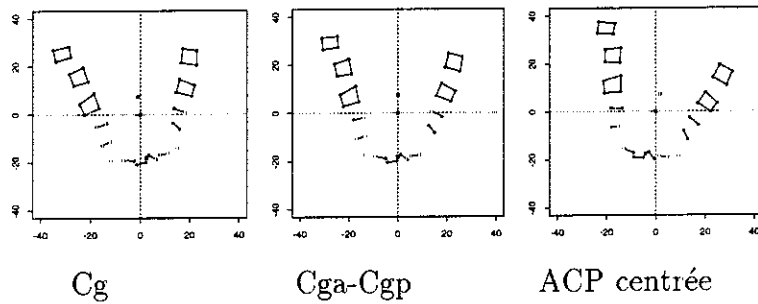


FIG. 5 - Arcade présentant des malpositions.

dents dans le «bon» repère. Par contre l'ACP centrée est trop sensible aux asymétries de l'arcade. Une ACP robuste pourrait permettre de remédier à ce problème (voir l'approche de UKKELBERG & BERGEN (1993) pour une mise en œuvre assez proche de celle introduite par FALGUEROLLES & FRANCIS (1992) pour généraliser les méthodes factorielles usuelles).

## 5 Régression robuste

Pour remédier au problème lié aux malpositions de dents nous avons utilisé deux méthodes de régression robuste : la régression  $L_1$  et la méthode de moindres carrés élagués (Least Trimmed Squares) proposée par ROUSSEUW & LEROY (1987).

### 5.1 Régression $L_1$

On cherche  $\hat{P}_4$  tel que :

$$\min_{P_4} \sum_{i=1}^n |y_i - P_4(x_i)| .$$

Il s'avère, sur notre échantillon, que cette approche n'est pas nettement meilleure que celle des moindres carrés

### 5.2 Régression LTS

La régression LTS, introduite par ROUSSEUW & LEROY (1987), est décrite dans l'ouvrage VENABLES & RIPLEY (1994). Ici on cherche  $\hat{P}_4$  minimisant la somme des  $q$  plus petits résidus soit :

$$\min_{P_4} \sum_{i=1}^q |y_i - P_4(x_i)|_{(i)}^2 ,$$

où  $q = \lfloor n/2 \rfloor + \lfloor (p+1)/2 \rfloor$  ( $\lfloor \bullet \rfloor$  désignant la partie entière de  $\bullet$ ) et où  $|y_i - P_4(x_i)|_{(i)}^2$  est la statistique d'ordre  $i$  des résidus (ici  $p = 2$ ).

Cette méthode est particulièrement efficace dans notre cas (cf. graphiques pages suivantes). En effet, les dents mal positionnées ne sont pas prises en compte dans la recherche de l'arcade idéale. D'autres choix de  $q$  pourraient être envisagés.

## 6 Quelques résultats

### 6.1 Étude individualisée

Nous présentons les résultats du traitement de 5 arcades

La première, presque parfaite, constitue une sorte de référence. En effet, pour cette arcade, les trois méthodes de détermination de repère, les deux modèles (conique et polynôme) et leurs estimations sont acceptables du point de vue de l'orthodontiste. Les quatre arcades suivantes présentent des malpositions conduisant le praticien à préférer tantôt un repère, tantôt un modèle, tantôt une méthode d'estimation (voir les légendes des figures 6 à 10). Dans ces exemples,  $P_4$  estimé par moindres carrés élagués (LTS) s'impose. C'est aussi le cas pour la presque totalité des arcades étudiées (sauf une exception).

### 6.2 Étude générale

Notre approche avait privilégié les indices de morphologie dento-faciale suivants :

- les valeurs singulières,  $\lambda_1$  (largeur d'arcade) et  $\lambda_2$  (profondeur d'arcade), issues de l'ACP centrée ;
- les paramètres  $\alpha_0$ ,  $\alpha_2$  et  $\alpha_4$  du modèle polynomial (estimation LTS)

Une étude générale de ces indices permet de préciser leur articulation. En particulier, les représentations (voir figure 11) des croisements deux à deux des indices  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  mettent en évidence :

- des valeurs respectives presque identiques pour les deux sexes ;
- une absence de corrélation entre ces indices.

De façon analogue, les représentations (voir figure 12) des croisements deux à deux des paramètres  $\alpha_0$ ,  $\alpha_2$  et  $\alpha_4$  du modèle polynomial montrent :

- des valeurs de  $\alpha_0$  presque identiques pour les deux sexes ;
- des valeurs de  $\alpha_4$  plus élevées, en moyenne, chez la femme que chez l'homme ;
- une corrélation négative entre  $\alpha_2$  et  $\alpha_4$ .

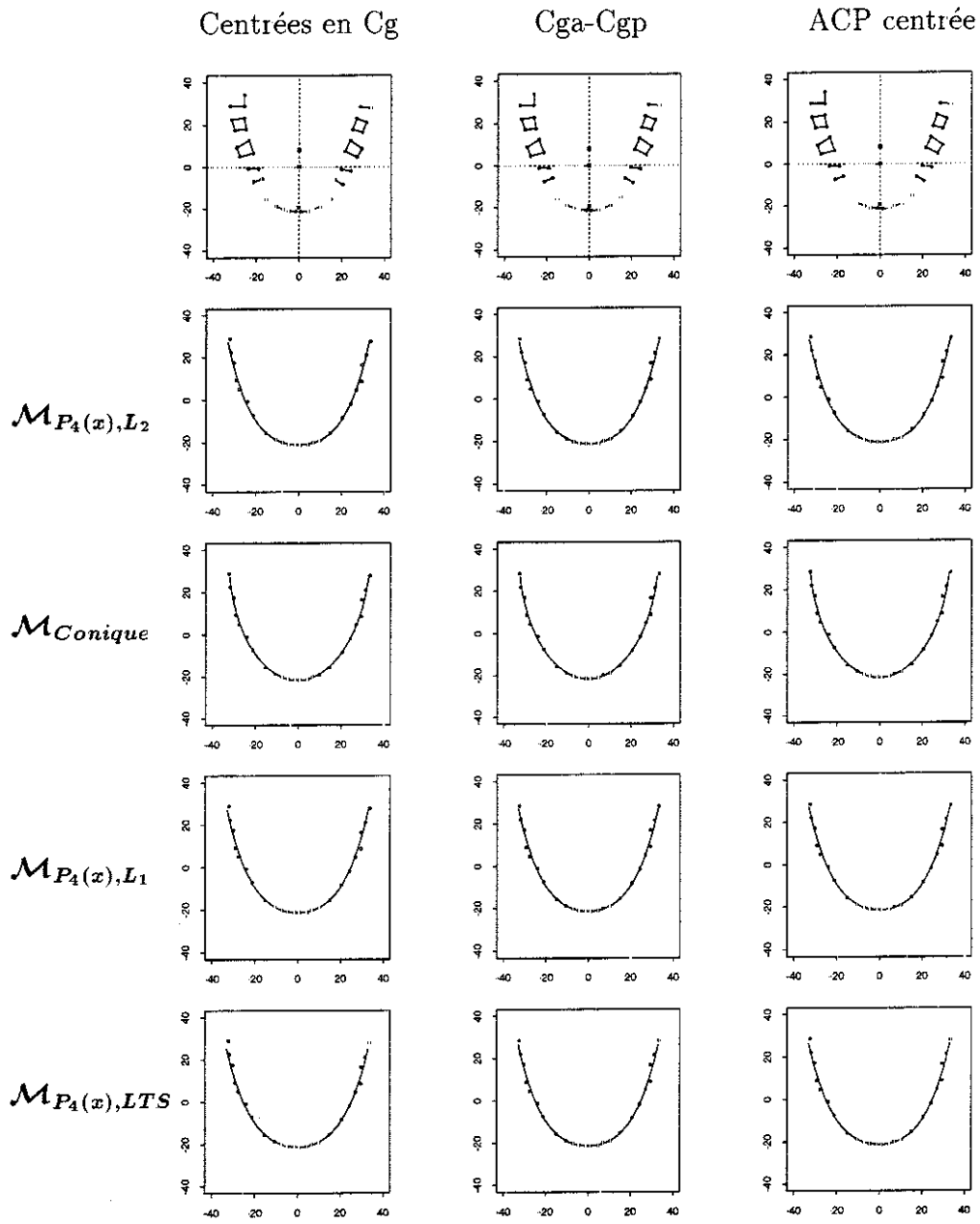


FIG. 6 - Arcade idéale.

- Repères : pas de préférence;
- Modèles : pas de préférence.

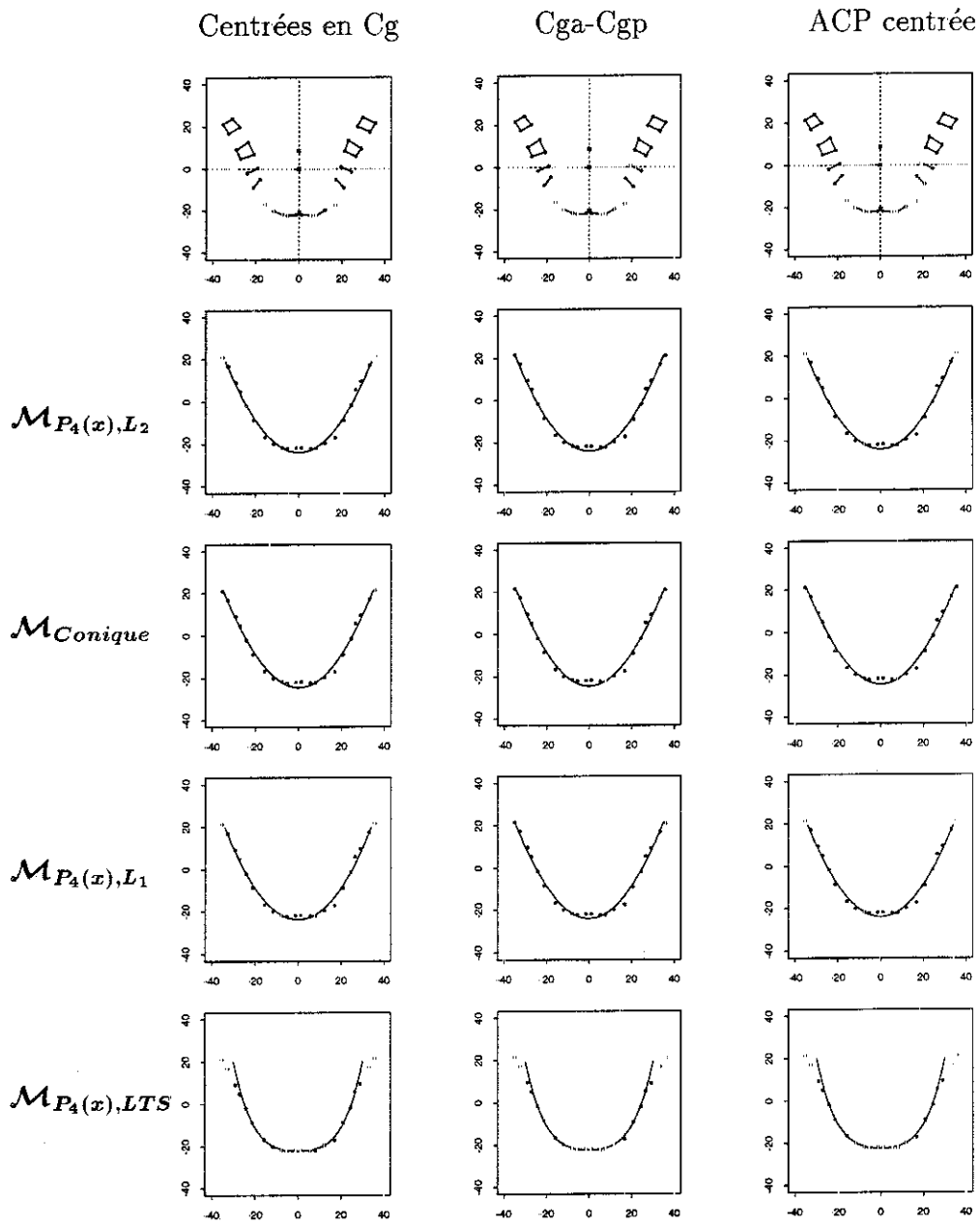


FIG. 7 - Cas pathologique 1.

- Repères : pas de préférence ;
- Modèles :  $P_4(x)$  (estimation  $L_2$ ), conique et  $P_4(x)$  (estimation  $L_1$ ) donnent un secteur antérieur trop pointu ; par contre,  $P_4(x)$  (estimation LTS) donne un bon secteur antérieur et diminue l'impact des malpositions 37 et 47.

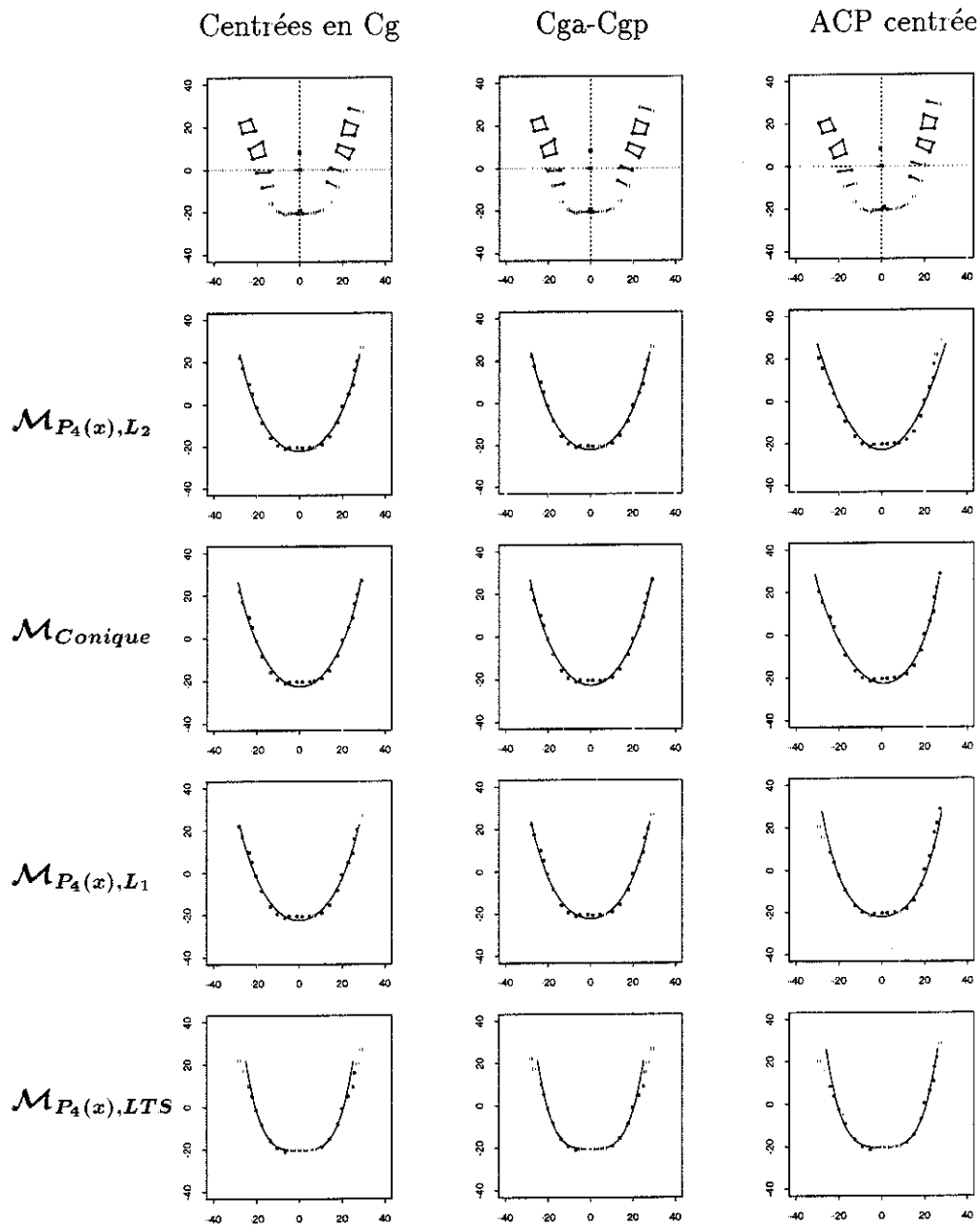


FIG. 8 - Cas pathologique 2.

- Repères : l'ACP produit un mauvais positionnement de l'arcade ;
- Modèles :  $P_4(x)$  (estimation  $L_2$ ), conique et  $P_4(x)$  (estimation  $L_1$ ) donnent un secteur antérieur trop pointu ; par contre,  $P_4(x)$  (estimation LTS) donne un bon secteur antérieur et diminue l'impact des malpositions 37 et 47.



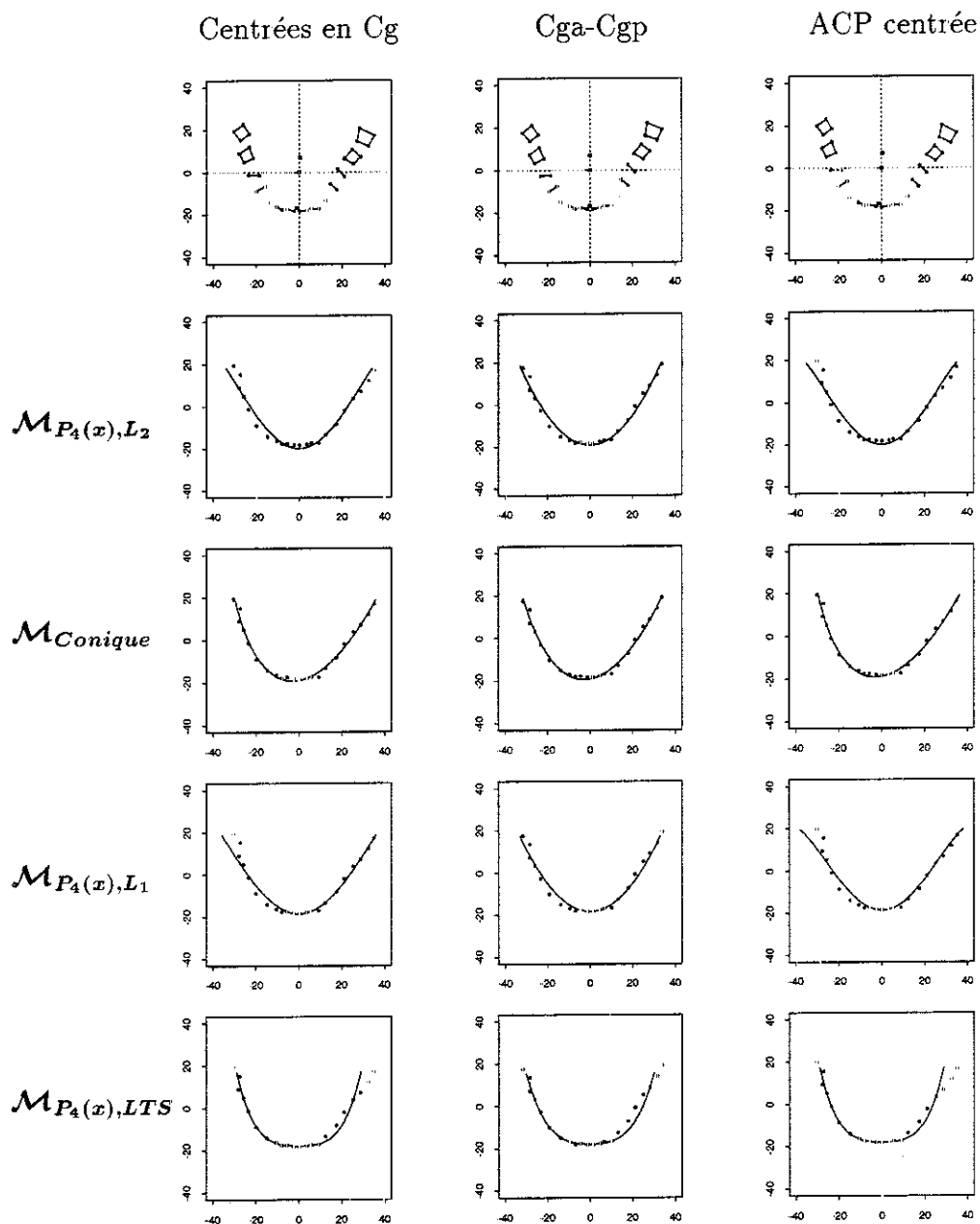


FIG. 9 - Cas pathologique 3.

- Repères : Centrage simple et ACP positionnent l'arcade avec une rotation sensible dans le sens trigonométrique par rapport à la position «idéale».
- Modèles :  $P_4(x)$  (estimation  $L_2$ ) donne des branches latérales trop divergentes; la conique et  $P_4(x)$  (estimation  $L_1$ ), ajustent trop les dents 47 à 44;  $P_4(x)$  (estimation LTS) donne un bon résultat.

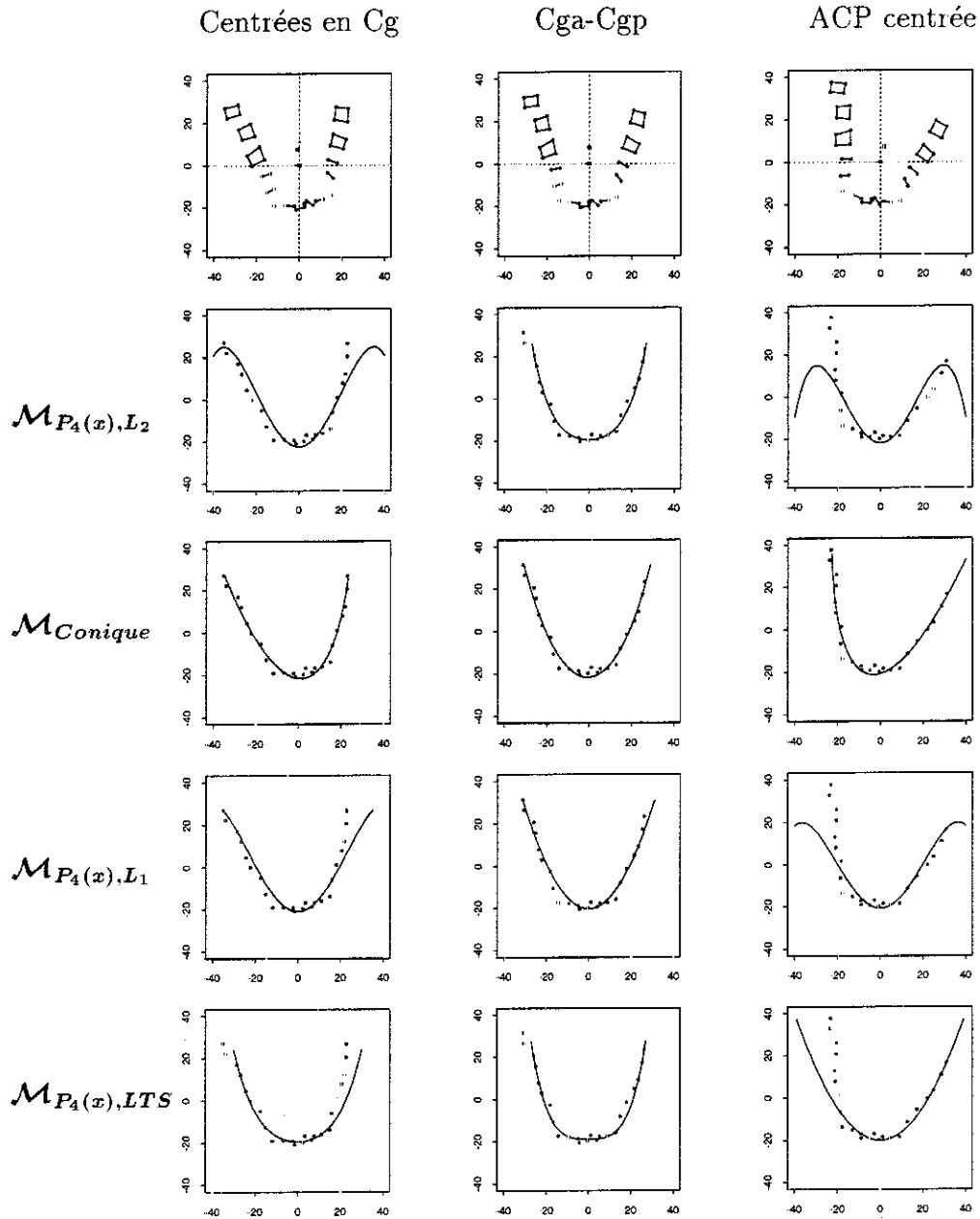


FIG. 10 - Cas pathologique 4.

- Repères: Centrage simple et ACP positionnent l'arcade en rotation par rapport à la position idéale;
- Modèles: Dans ces repères,  $P_4(x)$  (estimation  $L_2$  ou estimation  $L_1$ ) ne correspondent pas parfaitement aux structures osseuses permettant de supporter les dents! Ici seul  $P_4(x)$  (estimation LTS) dans le repère Cga-Cgp est satisfaisant.

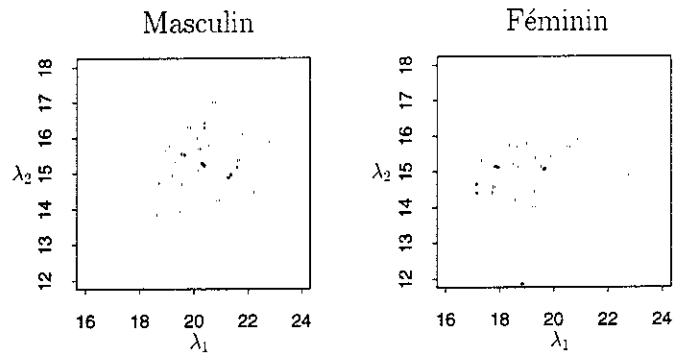


FIG. 11 - Représentation des indices  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  selon le sexe, 69 arcades complètes (dents de sagesse exclues).

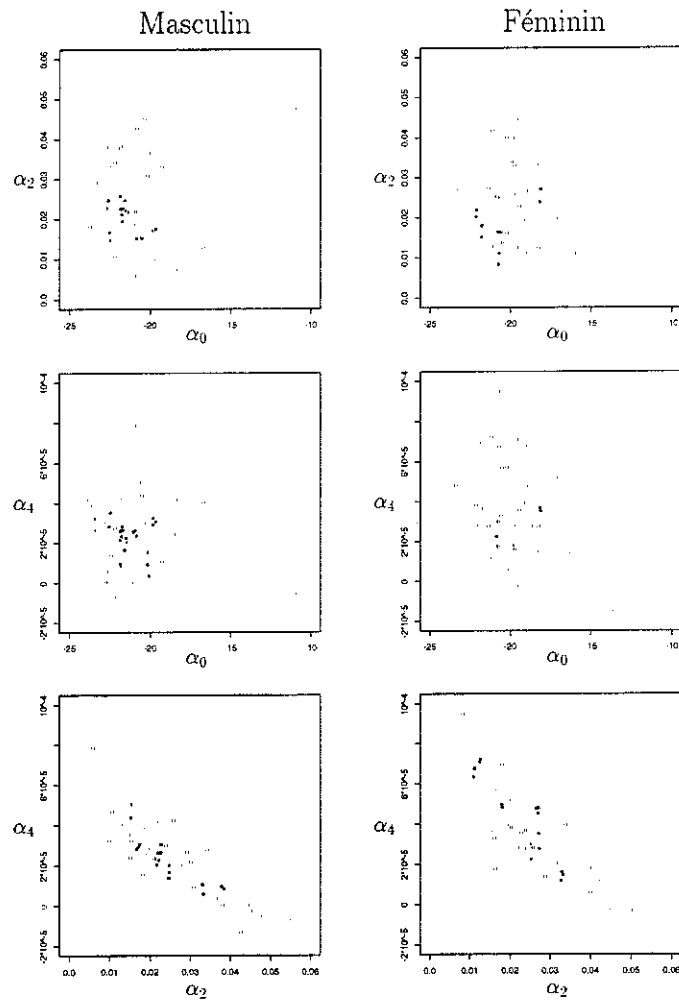


FIG. 12 - Représentation croisée des paramètres du modèle  $P_{4,LT5}$  selon le sexe, 90 arcades.

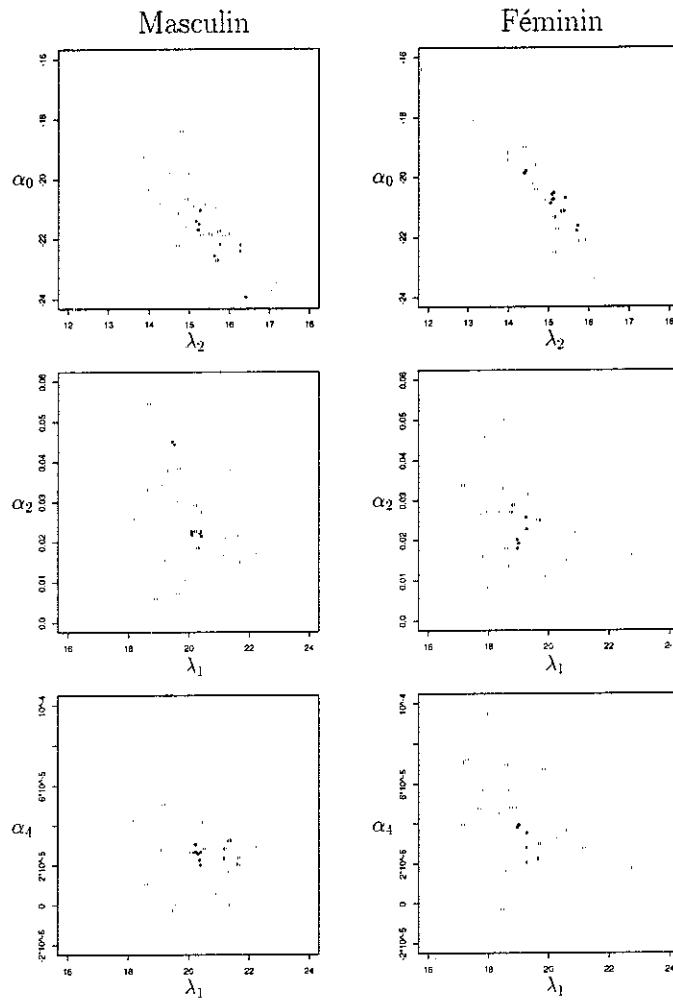


FIG. 13 - Représentation croisée des paramètres du modèle  $P_{4,LTS}$  et des indices  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  selon le sexe.

Les formes des nuages de points obtenus par croisement des indices  $\lambda_2$  et  $\alpha_0$ , d'une part, et  $\lambda_1$  et  $\alpha_2$  ou  $\alpha_4$ , d'autre part, confirment (voir figure 13) :

- nettement que  $\lambda_2$  et  $\alpha_0$  sont des indices de profondeur d'arcade ;
- et, dans une moindre mesure, que les paramètres  $\alpha_2$  et  $\alpha_4$ , spécifiant la forme de l'arcade, déterminent sa largeur  $\lambda_1$ .

Une typologie des formes d'arcades peut être obtenue par classification automatique des triplets  $(\alpha_0, \alpha_2, \alpha_4)$ . Cette typologie en 5 classes est décrite dans ROTENBERG (1995).

## 7 Conclusion

L'objectif de ce travail était l'étude de l'individualisation des formes d'arcades dans une population donnée, mais aussi et surtout, la modélisation d'arcades pathologiques. De très nombreux travaux avaient, en effet, étudié des arcades pseudo-parfaites dans des repères «naturels» aisés à définir. Dans ces travaux, la malposition ou l'absence de certaines dents étaient des facteurs d'exclusion de l'étude.

Dans notre démarche, nous considérons toutes les arcades. L'utilisation de méthodes robustes tant pour les ajustements d'arcades que pour les déterminations de repères «naturels» offre alors d'intéressantes perspectives. La présentation graphique proposée, en donnant une vue synthétique des possibilités d'ajustement ou de repères, peut aussi aider le praticien à mieux choisir la forme des arcs à utiliser pour son patient.

On peut penser qu'une approche individualisée de ce type est susceptible d'améliorer la stabilité des résultats thérapeutiques à long terme. Mais ceci reste à démontrer et la discussion est ouverte. Toutefois, la banalité du matériel nécessaire à sa mise en œuvre la rend très accessible.

## Références

- BOOKSTEIN, F.L. (1979): Fitting Conic Sections to Scattered Data, *Computer Graphics and Image Processing*, 9, 56-71.
- CRITCHLEY, F. (1985): Influence in principal components analysis, *Biometrika*, 72, 627-636.
- FALGUEROLLES, A. de, & FRANCIS, B. (1992): Algorithmic approaches for fitting bilinear models, in COMPSTAT 92, *Computational Statistics*, Vol 1, Y. Dodge & J. Whittaker (eds), Physica Verlag: Heidelberg, 77-82.
- FERRARIO, V.F., SFORZA C., MIANI A., & TARTAGLIA G. (1994): Mathematical definition of shape of dental arches in human permanent healthy dentitions, *European Journal of Orthodontics*, 16, 287-294.
- GOUTNER, N... (1975): Force et déplacement in *Dix questions d'orthopédie dento-faciale*, troisième série, Julien Prélat: Paris, 31-45.
- OLLU J.-F., FROGER F., RENAUD P., & HALLOCHET E. (1995): Mémoire de foime d'arcade, *Rev. Orthop. Faciale*, 29: 259-265.
- RABERIN M., LAUMON B., MARTIN J.-L., & BRUNER F. (1993): Dimensions and form of dental arches in subjects with normal occlusions, *Am. J. Orthod. Dentofac. Orthop.*, 104, 67-72.
- RICHARDS L.C., TOWNSEND G.C., BROWN T., & BURGES V.B. (1990): Dental arch morphology in south australian twins, *Archs Oral Biol.*, Vol 35, No 12, 983-989.

- ROTENBERG, M. (1995): *Modélisation de la forme d'arcade dentaire de jeunes adultes*, Manuscrit d'une thèse à soutenir.
- ROTENBERG, M., & DUCROS, D. (1995): Formes d'arcade dentaires: représentations d'ajustements polynomiaux, *Document de travail*, Laboratoire de biomatériaux et d'interactions sur les tissus dentaires, U.F.R. d'Odontologie, Université Paul Sabatier.
- ROUSSEEUW, P.J., & LEROY, A.M. (1987): *Robust Regression and Outlier Detection*, John Wiley and Sons: New York.
- SAMPSON, P.D. (1983): Statistical analysis of arch shape with conic sections, *Biometrics*, 39, 411-423.
- UKKELBERG, Å., & BERGEN, O.S. (1993): Outlier detection by robust alternating regression, *Analytica Chimica Acta*, 277, 489-494.
- VENABLES, W.N., & RIPLEY, B.D. (1994): *Modern Applied Statistics with S-Plus*, Springer-Verlag: New York.