

Une nouvelle approche de simulations des parts de préférence après une analyse conjointe en profils complets : le PRBM

Hervé GUYON

Ingénieur Statisticien, Doctorant CREM UMR CNRS 6211 Université Rennes 1

e-mail : guyon.rv@free.fr

Résumé : L'analyse conjointe est très utilisée pour effectuer des prévisions de parts de préférence. Dans le cadre des analyses en profils complets, il n'existe pas à l'heure actuelle de modèle probabiliste prévisionnel performant. Une nouvelle procédure est proposée, le PRBM, basée sur la randomisation des « premiers choix » paramétrée par les résultats des MCO. Ce nouveau modèle prévisionnel contourne l'hypothèse IIA et n'est pas sensible à l'échelle de notation des profils, de plus la variance introduite par le bruit est en phase avec celle des MCO. Différentes simulations et un exemple illustrent ce travail.

Mots clés : Analyse conjointe, premier choix randomisé, modèle probabiliste, prévisions, part de préférence, profils complets.

Abstract: Conjoint Analysis is very often used to estimate share of preference. For full profile conjoint analysis, no current model allows to accurately forecast probabilities. A new procedure is proposed, the PRBM, based on the randomized first choices parameterized using results from the OLS. This new forecast model removes the IIA problem and is not sensible on the scale of profile notation, moreover the variability produced by the noise is in phase with that of the OLS. Different simulations and an example illustrate this.

Key words: Conjoint Analysis, Randomized first choice, probabilistic model, share of preference, full profile

Remerciements : Merci à Georges Oppenheim pour sa précieuse aide.

INTRODUCTION

L'analyse conjointe (Green et Rao, 1971) est un outil de la mesure des préférences usuellement utilisé en marketing (Wittink et Cattin, 1989). Sous ce terme générique d'analyse conjointe, différents protocoles expérimentaux et modèles d'estimations sont utilisables. L'analyse discrète utilisant la régression bayésienne hiérarchique appliquée aux analyses conjointes discrètes est reconnue comme le protocole le plus performant (Andrews, Ansari et Currim, 2002). Cependant l'analyse conjointe en profils complets, c'est-à-dire dont l'estimation des utilités est faite par régression linéaire sur des notes attribuées à des profils complets, reste très utilisée dans la pratique (Kamakura et Ozer, 2003). C'est de ce protocole expérimental que nous partirons pour ce travail.

En aval d'une analyse conjointe, on utilise très souvent des modèles de prévision pour mesurer les attractions respectives de différents profils en compétitions. Nous parlerons de "parts de préférence" estimées car nous sommes en analyse conjointe dans un processus d'analyse attitudinale et non d'analyse comportementale, ce qui interdit de prétendre extrapoler des parts de marché. La prévision de ces parts de préférence doit, entre autres, éviter l'écueil de "l'hypothèse de l'indépendance des alternatives non-pertinentes" (*Independent from Irrelevant Alternative*) (Mc Fadden, 1974). La plupart des modèles de prévisions souffre de cette hypothèse IIA, que nous développons en annexe 1. Cette hypothèse peut être contournée en analyse discrète par les transformations "zêta carré" (Cooper et Nakanishi, 1983) ou par le modèle Probit (Haaijer et Wedel, 2003). Lors de modélisations hybrides basées sur des comparaisons par paires, comme ACA (Johnson, 1987), Baier et Gaul (2003) proposent un modèle construit sur le « *probabilistic ideal vector model* ». Mais aucun modèle de prévision n'existe actuellement pour contourner l'hypothèse IIA lors d'une analyse conjointe en profils complets. Par ailleurs, pour ces dernières, les modèles de prévisions proposés usuellement souffrent de leur dépendance à l'échelle de notation utilisée (Green et Krieger, 1989).

Ce travail a pour objet de proposer une nouvelle modélisation de parts de préférence pour une analyse conjointe en profils complets. Nous fixerons des critères auxquels doivent répondre des modèles de prévision adaptés dans ce cadre, puis nous proposerons une nouvelle modélisation, fondée sur la randomisation des résultats de la régression linéaire : le PRBM. Des simulations montreront les qualités du PRBM par rapport au premier choix. Nous finirons par l'analyse d'une étude sur les pneus des automobiles.

I) L'analyse conjointe en profils complets et ses limites actuelles en terme de prévisions

Après avoir introduit l'analyse conjointe en profils complets, nous expliciterons les modèles de prévisions usuels pour ce modèle.

11) Introduction à l'analyse conjointe en profils complets.

Un consommateur perçoit un produit ou un service comme un ensemble d'attributs ou de caractéristiques qu'il évalue, plus ou moins consciemment. Le consommateur attribue en quelque sorte des valeurs subjectives à chaque caractéristique d'un produit, appelées utilités. La valeur de l'utilité totale d'un produit sera la somme des utilités de ses attributs. L'analyse conjointe est une technique de mesure de ces compromis. Pour une revue sur les bases de l'analyse conjointe, voir Gustafson, Herrman et Huber (2003). Différents protocoles expérimentaux sont possibles. Depuis quelques années, le protocole expérimental reconnu comme le plus efficace est la modélisation dite "discrète" (Haaijer et Wedel, 2003). Dans ce cadre les consommateurs ont à effectuer une succession de choix parmi des ensembles de profils qui leur sont proposés. Les estimations des utilités s'effectuent le plus souvent par la régression bayésienne hiérarchique. Pour une revue sur la régression bayésienne hiérarchique en analyse conjointe, voir Allenby et Rossi (2003). Un autre protocole, l'analyse conjointe en profils complets, reste très utilisé dans la pratique. Nous savons que cette approche est très performante dans un certain cadre méthodologique (nombre de variables, nombre de modalités, nombre de profils exposés, ...) (Wittink et Cattin, 1989, Kamakura et Ozer, 2003). Dans le cadre de l'analyse conjointe en profils complet, le plan d'expérience cherche à coller le plus possible à la réalité. Pour ce faire on présente aux interviewés des produits les plus proches possibles de produits réellement commercialisés. Ces produits, appelés "profils" dans le plan d'expérience, sont dits "complets" car ils possèdent des modalités pour l'ensemble des caractéristiques (variables) que nous voulons analyser. Le choix des profils s'effectue au travers d'un plan d'expérience intelligemment construit (Benammou, Harbi et Saporta, 2003). La démarche classique consiste à faire associer aux différents profils exposés par les individus des "notes" (qui

peuvent être un simple ordonnancement des profils). Il est admis que la régression linéaire classique donne les résultats les plus pertinents (Wittink et Cattin 1989).

12) Ecriture du modèle d'estimation

Nous reprenons les écritures de Benammou, Harbi et Saporta (2003). Pour une analyse conjointe en profils complets, on soumet q profils à un échantillon de n individus qui les classent ou les notent. Chaque profil est considéré comme une association d'attributs recherchés de manière plus ou moins importante par le consommateur. Nous pouvons ramener cette problématique à l'explication d'une variable numérique (ou ordinale) par un ensemble de variables qualitatives. Ce modèle s'écrit :

Soit p variables qualitatives X_1, X_2, \dots, X_p à m_1, m_2, \dots, m_p modalités.

$$k = \sum_{i=1}^p m_i \text{ le nombre total de modalités.}$$

X : matrice du plan d'expérience à q lignes et k colonnes associées aux données, sous forme disjonctive complète $X = (X_1 | X_2 | \dots | X_i \dots | X_p)$. Cette matrice comporte autant de lignes que le plan comporte de scénarios et autant de colonnes qu'il y a de modalités. Les colonnes de X indiquent pour chaque scénario les modalités retenues, en codant 1 si la modalité est retenue et 0 sinon. On soumet les scénarios à un échantillon de n individus qui classent ou notent les q scénarios. Y_q^j est le vecteur des rangs ou des notes du jème individu. On fait l'hypothèse que le classement ou les notes d'un consommateur résultent d'une addition de points ("utilités") associés aux différentes modalités présentes dans les produits. Il y a $\sum_{i=1}^p m_i - p$ coefficients ("utilités")

estimables, c'est-à-dire seules les différences entre les coefficients sont estimables. En pratique, on élimine un coefficient (une colonne par variable dans X). Dans le cas général, une transformation monotone peut être utilisée (programme MONANOVA), mais cette transformation peut donner des résultats biaisés (Benammou, Harbi et Saporta, 2003). Nous proposons de ne travailler dans un premier temps qu'avec les moindres carrés ordinaires (MCO). Le modèle d'estimation est effectué individu par individu. Il faut donc effectuer autant de régressions qu'il y a d'individus.

On note X_0 la matrice obtenue en supprimant la première colonne de chaque sous-matrice X_i et en rajoutant une colonne de 1 au début de la matrice pour tenir compte de la constante.

13) Les prévisions

Nous savons qu'il n'est mathématiquement pas possible de déterminer, pour chacun des profils, leur probabilité théorique d'être préféré (Mc Fadden, 1981). Un nombre important de modèles différents de prévisions des parts de préférence a été construit pour les analyses discrètes. Pour une revue des modèles de prévisions en analyse conjointe discrète, voir Haaijers et Wedel (2003). Le *Multinomial Logit Model* (MNL) est le modèle le plus utilisé. Développées sur la base des travaux Mc Fadden (1974), les probabilités associées pour chaque interview aux différents profils sont les rapports des exponentielles des utilités estimées des différents profils. La probabilité que le profil « i » soit préféré parmi les « k » profils en compétition vaut, en posant $Y_j = \text{Utilité du profil « j »}$:

$$P(Y_i > \{Y_j\}_{j \neq i}) = \frac{e^{Y_i}}{\sum_{j=1}^k e^{Y_j}}$$

Nous rencontrons fréquemment aussi le modèle Bradley-Terry-Luce (BTL) (Green et Krieger, 1989) qui s'écrit :

$$P(Y_i > \{Y_j\}_{j \neq i}) = \frac{Y_i}{\sum_{j=1}^k Y_j}$$

Pour l'analyse conjointe en profils complets, il n'est théoriquement pas possible d'utiliser les mêmes modèles qu'en analyse discrète. En effet, à la différence de l'analyse conjointe discrète, lors d'une analyse conjointe en profils complets, les utilités estimées dépendent du choix de l'échelle retenue par l'expérimentateur. Liquet (2001) rappelle que les utilités, construites dans l'échelle de l'expérimentateur, sont sans unité de référence. Ce choix arbitraire de l'échelle de notation ne pose pas de problème pour l'estimation des utilités par régression linéaire car seuls comptent leurs rapports relatifs. En revanche les résultats des modèles probabilistes utilisés usuellement en analyse discrète donneront des résultats très différents selon l'échelle retenue lors du plan d'expérience (Green et Krieger, 1989) ; le problème reste identique pour les plans basés sur l'ordonnancement de profils suivis de transformations monotones, comme le propose SAS par exemple (Kuhfeld, 2000).

Seul, le modèle du "premier choix" est actuellement utilisable pour une analyse conjointe en profils complets. Mais cette méthode est souvent, et avec raison, critiquée car jugée trop « radicale » (Baier et Gaul, 2003).

Aucun modèle fiable et utilisable par le praticien n'existe pour "probabiliser" convenablement les parts de préférence suite à une analyse conjointe en profils complets. L'objet du présent travail est une proposition de réponse à cette carence.

2) Un nouveau modèle de prévision en analyse conjointe profils complets

Avant de développer notre nouveau modèle, nous indiquons des critères auxquels doivent répondre des modèles de prévisions pour des analyses en profils complets. Nous exposerons ensuite rapidement les bases du premier choix randomisé développé pour les analyses discrètes, et nous verrons les modifications que nous suggérons pour l'adapter aux analyses en profils complets.

21) Impératifs auxquels doit répondre un nouveau modèle probabilisant les parts de préférence

Dans le cadre d'une analyse conjointe en profils complets dont le plan d'expérience est construit par notation de profils complets et dont les utilités sont estimées par régression linéaire, l'objectif est de construire un modèle capable d'estimer des probabilités des parts de préférence de différents profils en compétition.

Ce modèle doit à notre avis répondre à trois impératifs:

- 1) Le modèle doit donc être invariant par transformation linéaire des utilités estimées afin d'être invariant aux transformations linéaires des échelles de notation.
- 2) Il doit éviter l'écueil de "l'hypothèse de l'indépendance des alternatives non-pertinentes".
- 3) Il faut mettre en adéquation le modèle de prévisions avec la fiabilité statistique des résultats issus de la régression linéaire utilisée pour estimer les utilités.

22) Le premier choix randomisé appliqué à une analyse conjointe discrète

221) *Le "premier choix randomisé" proposé par Orme et Baker en analyse discrète*

Pour les analyses conjointes discrètes, un algorithme itératif a été proposé par Orme et Baker (2000a), appelé le "premier choix randomisé" (PCR), pour déterminer empiriquement les probabilités qu'un interviewé préfère tel ou tel profil. Pour une revue, voir Huber, Orme et Miller (2003). L'idée centrale est de générer artificiellement du bruit aux utilités estimées. A chaque itération, pour chaque individu et pour chaque profil, une nouvelle utilité globale bruitée est générée. A chaque itération, nous appliquons le modèle du "premier choix". En itérant un nombre important de fois, Orme et Baker, (2000a) proposent 50 000 itérations, nous déterminons empiriquement des probabilités pour chaque profil d'être "le meilleur". Pour éviter les biais dus aux problèmes de similarité des différents profils, une "corrélation" sur les bruits des différents profils est introduite. Le bruit introduit pour un profil se compose d'une part de bruits associés aux estimations des utilités, propres à chaque modalité et d'autre part d'un "bruit d'erreur" propre à chaque profil. Lors d'une itération de l'algorithme, nous utilisons ainsi pour une modalité la même valeur numérique de bruit pour l'ensemble des profils. A chaque itération, deux profils proches auront des bruits proches. A l'extrême, deux profils identiques auront pour chaque modalité des utilités "bruitées" identiques ; seul leur "bruit d'erreur" les différenciera.

b) Qualité d'une telle modélisation

Extrêmement simple à programmer, la modélisation PCR, à l'inverse du « Premier choix », ne souffre pas de la radicalisation des résultats. Elle ne souffre pas de l'hypothèse des alternatives non pertinentes (Orme et Baker, 2000b).

c) Limites du modèle PCR pour une analyse en profils complets

Le modèle développé dans le cadre d'analyses conjointes discrètes par Orme et Baker (2000a) propose des lois de Gumbell pour paramétrer les bruits introduits, par similitude avec le modèle MNL développé par Mc Fadden (1974). Ce choix n'est guère satisfaisant pour une analyse en profils complets basée sur la régression linéaire : rupture avec les hypothèses de la régression et non introduction dans la genèse des bruits de la fiabilité de la régression. Le "premier choix randomisé" proposé par Orme et Baker n'est donc pas directement applicable pour une analyse conjointe en profils complets.

23) Nouvelle approche PCR : le PRBM

a) Introduction au PRBM

Nous proposons d'utiliser le PCR dans le cadre d'une analyse conjointe en profils complets avec notation des profils. Lors de la phase de prévisions, nous mettons en concurrence "p" profils. Nous prenons comme bruit associé à chaque modalité, et pour chaque interview, une loi normale centrée sur zéro et d'écart-type $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}}$, l'écart-type estimé de l'estimation du coefficient de régression associé à cette modalité pour l'interview considéré. Le "bruit d'erreur" ajouté à chaque profil suivra lui aussi une loi normale centrée et d'écart-type $\hat{\sigma}$, l'écart-type estimé de l'estimation de l'erreur du modèle. Utiliser de telles lois d'erreur intègre dans le modèle de prévision pour chaque interview et pour chaque modalité des "variations" pour les utilités associées à ces modalités en relation avec leur fiabilité. Le "bruit d'erreur" ajouté en plus à chaque profil est directement lié à la fiabilité de la régression globale pour l'individu en question.

b) Ecriture du modèle

Nous allons travailler avec des variables aléatoires conditionnées par les variables du plan X et par les résultats de la régression (ce point est central dans l'établissement des formules qui suivent). Nous travaillons toujours sur une seule interview, donc l'indice "i" est omis.

X_p représentant le plan des "p" profils simulés. Soit γ et ξ deux variables aléatoires mutuellement indépendantes. La première perturbe $\hat{\beta}$ pour créer un nouveau

paramètre $\tilde{\beta} = \hat{\beta} + \gamma$. La loi de γ est gaussienne : $\gamma \approx N(0, \hat{\sigma}'_{\hat{\beta}} I_K)$ où $\hat{\sigma}'_{\hat{\beta}}$ est le vecteur de dimension K des estimations des variances des coefficients estimés de la régression. Ce sont les éléments de la diagonale de $\hat{\sigma}^{(i)2} (X'X)^{-1}$, notés $\hat{\sigma}^{(i)2} \text{Diag}[(X'X)^{-1}]$, vecteur de dimension K. Conditionnellement aux résultats de la régression, la seconde variable ξ est aussi gaussienne, $\xi \approx N(0, \hat{\sigma} I_p)$, elle vient perturber $\tilde{\beta}$ pour créer l'utilité bruitée : $\tilde{Y} = X_p \tilde{\beta} + \xi$, vecteur aléatoire de dimension "p".

24) Qualités du PRBM

Le PRBM vérifie les trois impératifs énoncés précédemment. Il contourne l'hypothèse IIA, il est invariant par transformation linéaire des utilités et il est construit à partir des résultats des MCO. Nous renvoyons aux annexes 2, 3 pour les démonstrations qui sont triviales.

Nous utilisons avec le PRBM un bruit artificiel, dont l'amplitude a une incidence sur les résultats. L'amplitude du bruit généré doit être en phase avec les résultats de la régression linéaire. En effet, un bruit « trop important » lisserait les profils ; au contraire un bruit « trop faible » serait trop proche du "premier choix". On montre que la variance des utilités "bruitées" générée par le PRBM est identique pour chaque profil à la variance estimée de l'erreur d'estimation des MCO associés à ce profil. Quel que soit le plan retenu, pour chaque profil simulé, la variance générée par le PRBM sera identique à la variance estimée de son erreur de prévision par une régression linéaire. La proximité de $V^*(\tilde{Y}^{(i)})$ et de $\hat{V}(\hat{Y}^{(i)} - Y^{(i)})$ se réduit à la proximité des éléments non diagonaux de $\hat{V}(\hat{Y}^{(i)} - Y^{(i)})$ par rapport à "0", ce qui dépend du plan choisi si celui-ci n'est pas orthogonal. Ce résultat rend le PRBM en adéquation avec les résultats du modèle de régression en termes de variance, adéquation d'autant meilleure que le plan d'expérience est D.Optimal. L'annexe 4 apporte la démonstration.

Le PRBM semble avoir toutes les qualités requises pour effectuer des prévisions de parts de préférence en aval d'une analyse conjointe en profils complets.

3) APPLICATIONS DU PRBM

Nous avons effectué quelques simulations afin de montrer de façon didactique l'intérêt des résultats obtenus par le PRBM. Ensuite, nous appliquerons le PRBM pour une étude effectuée sur les pneus automobiles en 2000.

31) Simulations

a) Modèle de simulations

Nous avons créé un programme (VBA sous EXCEL) qui a généré des notes pour un certain nombre de profils issus d'un plan d'expérience. Ces notes étaient sur une échelle ordinale (nous avons retenu une échelle de 10 points pour nos simulations) ; les notes générées étaient plus ou moins "cohérentes", avec comme critère de cohérence le coefficient de corrélation. Nous avons ensuite estimé les utilités des différentes variables du modèle pour des interviews fictives.

Dans un second temps, nous avons calculé les parts de préférence prévisionnels, de différents profils en compétition, pour quelques unes de ces interviews. Ces calculs sont effectués d'une part par un modèle classique "premier choix", d'autre part par le PRBM. Nous n'indiquons que ces simulations de prévisions de parts de préférence, et ce pour quelques individus fictifs.

b) Simulation I : L'influence de la fiabilité des estimations des utilités lors de la régression linéaire

Notre premier exemple était composé de profils construits avec trois variables (X, Y et Z) composées chacune de trois modalités. Nous calculons les parts de préférence pour deux profils en compétitions.

Tableau 1 : Profils en compétition

Profils	Modalité de variable X	Modalité de variable Y	Modalité de variable Z
A	1	1	1
B	3	3	1

Nous regardons les résultats pour deux interviews simulées.

Tableau 2 : R² des MCO utilités et probabilités des deux profils

Interview	R²		Profil A	Profil B
1	0,92	Utilités	7,56	5,22
		Probabilités	0,73	0,27
2	0,64	Utilités	7,89	4,89
		Probabilités	0,65	0,34

Les utilités estimées des profils A et B sont moins éloignées pour la première interview que pour la deuxième (différence de 2,34 contre 3,00). Pourtant, pour cette dernière, les parts de préférence de ces deux mêmes profils A et B sont moins discriminées que pour la deuxième interview. Ceci s'explique par la fiabilité des estimations des utilités plus faible pour la deuxième interview que pour la première (R² : 0,64 vs 0,92).

c) Simulation II : la gestion des profils similaires par le PRBM

Nous introduisons pour ce même exemple un troisième profil C très proche du premier et calculons des probabilités pour deux nouvelles interviews.

Tableau 3 : Nouveau profil

Profil	Modalité de la variable X	Modalité de la variable Y	Modalité de la variable Z
C	1	1	2

Tableau 4 : Utilités, R² et probabilités des trois profils

Interview	R²		Profil A	Profil B	Profil C
3	0,65	Utilités	7,78	7,78	10,44
		Probabilités	0,22	0,28	0,50
4	0,99	Utilités	2,00	3,33	2,00
		Probabilités	0,27	0,41	0,32

L'interview 4 donne des utilités identiques pour les profils A et B. Cependant, la proximité des profils C et A provoque des "hésitations" de l'interviewé entre ces deux profils (simulées ici par le PRBM), qui permettent au profil B d'obtenir des parts de préférence légèrement supérieures au profil A. Tout se passe comme si les hésitations sur les variables X et Y se répartissaient équitablement sur les profils A et C. De même le profil B étant plus proche de A que du profil C, l'interview 5 voit la part de préférence de C légèrement supérieure à celle du profil A.

e) Simulation III : Compétition entre un groupe de profils similaires et un profil atypique

Si un consommateur doit choisir entre différents profils, dont tous sont quasiment identiques, excepté un profil très différent, les "hésitations" sur les profils très proches vont étaler leur attraction et vont entraîner une polarisation des parts de préférence sur le profil original. C'est le cas de l'exemple qui suit. Nous avons des profils composés de 4 variables (variable X à 3 modalités, Y à 2 modalités, Z à 4 modalités et T à 2 modalités). Après avoir estimé les utilités des différentes modalités, nous effectuons des simulations avec 7 profils en compétition. Nous prenons 6 profils (1,..., 6) très proches et un profil (7) très éloigné.

Tableau 5 : Descriptif des 7 profils

Numéro de Profil	Variable X	Variable Y	Variable Z	Variable T
1	1	2	4	2
2	1	2	3	2
3	1	2	4	1
4	1	2	3	1
5	1	2	1	2
6	1	2	1	1
7	3	1	2	2

Nous obtenons pour une interview A un R^2 de 0,82.

Les parts de préférence simulées sont indiquées dans le tableau suivant :

Tableau 6 : Utilités et parts de préférence des sept profils

Interview A	Utilité du profil	Parts de préférence PRBM	Parts de préférence Premier choix
Profil 1	3,69	0,03	0
Profil 2	7,25	0,14	0
Profil 3	5	0,05	0
Profil 4	8,56	0,22	1
Profil 5	6,19	0,11	0
Profil 6	7,5	0,17	0
Profil 7	8,31	0,28	0

Nous observons que le septième profil a une probabilité supérieure à celle du profil 4 tout en ayant une utilité légèrement inférieure. Ce résultat ne nous paraît pas incohérent, bien au contraire. Le PRBM intègre dans ses calculs la proximité relative des différents profils. Le profil 7, très différent des six autres profils, en bénéficie. A l'inverse, le profil 4 voit son attraction se disperser en partie sur les 5 autres profils qui lui sont proches.

Pour les sept mêmes profils nous obtenons pour une autre interview B un R^2 de 0,999 et les estimations suivantes.

Tableau 7 : Les parts de préférence simulées de cette interview

Interview A	Utilité du profil	Parts de préférence PRBM	Parts de préférence Premier choix
Profil 1	6,88	0,00	0
Profil 2	7,5	0,00	0
Profil 3	8,67	0,04	0
Profil 4	<u>9,29</u>	<u>0,53</u>	<u>1</u>
Profil 5	6,88	0,00	0
Profil 6	8,67	0,07	0
Profil 7	<u>9,13</u>	<u>0,36</u>	<u>0</u>

A l'opposé du cas précédent, la proximité des 6 premiers profils n'entraîne pas que le profil 7 ait la part de préférence la plus importante. La fiabilité des estimations (R^2 : 0,999) entraîne de très faibles variations des utilités estimées de ces profils (écarts types des estimations très faibles). Le profil 4 reste "le meilleur".

Pour comparaison nous donnons les écart-types des estimations des utilités des différentes modalités du plan. Nous observons que l'interview A a des écart-types beaucoup plus importants que ceux de l'interview B, ce qui entraîne de plus fortes variations des utilités des profils simulés par le PRBM, et donc une fréquence plus importante pour laquelle le profil 7 devient « le meilleur ».

Tableau 8 : tableau des écarts types des estimations des coefficients des différentes modalités *.

Ecart types des utilités estimées	interview A	interview B
Variable X modalité 1	3,731	0,276
Variable X modalité 2	3,182	0,236
Variable Y modalité 1	2,698	0,200
Variable Z modalité 1	3,897	0,289
Variable Z modalité 2	3,856	0,286
Variable Z modalité 3	4,465	0,331
Variable T modalité 1	2,698	0,200
Constante	3,856	0,286

(*) *il manque les estimations des dernières modalités enlevées lors de la régression*

32) Comparaison de "premier choix" et du PRBM : le cas « pneus »

Nous avons repris les résultats d'une étude qu'ICONE France a effectuée courant 2000 sur les utilisateurs de pneus d'automobiles. Nous avons six variables différentes à tester auprès de 110 interviewés.

Tableau 9 : Variables de l'étude

Variables	Marque	Prix	Longévité	Pluie	Confort	Technologie
Nombre de modalités	8	5	5	2	2	2

Nous avons effectué une analyse en profils complets avec le logiciel Conjoint Analyser (Bretton-Clark, 1992) en considérant toutes les variables comme nominales ("Part worth"). Vingt-quatre cartes furent introduites dans le plan d'expérience et les interviewés notaient sur une échelle de 100 points chaque profil. Cette étude souffre de lacunes méthodologiques, entre autres le nombre de modalités par variables est très différent, ce qui n'est pas optimal pour une analyse conjointe en profils complets. Nous l'utilisons car elle permet de montrer l'apport du PRBM. Nous avons effectué des prévisions de parts de préférence en comparant le modèle "premier choix" classique, le modèle "premier choix" avec seuil de similarité développé par Conjoint Analyser (seuil 0,30) et le PRBM pour 8 profils types des 8 marques testées (la marque par la suite ne représente pas la variable "marque", mais le profil complet associé à cette marque).

Tableau 10 : Parts de préférence des différents profils-marques

Parts de préférence	PRBM	Premier choix	Premier choix avec seuil de proximité à 0.30
A	0,09	0,09	0,09
B	0,09	0,06	0,05
C	0,08	0,07	0,07
D	0,31	0,31	0,31
E	0,13	0,14	0,15
F	0,09	0,10	0,10
G	0,13	0,14	0,14
H	0,08	0,09	0,09

Nous observons une proximité des résultats entre le premier choix traditionnel et le PRBM qui découle de la cohérence relative qu'ont les interviewés lors de leurs réponses (coefficient de corrélation moyen : 0,925). Seule la marque B a des résultats légèrement divergents. Une analyse plus détaillée de l'ensemble des interviews montre que la marque B est la marque la plus souvent classée en deuxième position. Le PRBM attribue avec raison des probabilités non négligeables à la marque B pour les interviews, la mettant en deuxième position, alors que le "premier choix" met "0" à toutes les marques qui n'ont pas l'utilité maximale (14 interviews associent par le PRBM une probabilité supérieure à 0,20 pour la marque B quand celle-ci est la deuxième en termes d'utilité).

Nous remarquons ainsi une "corrélation" entre le rapport rang(1)/rang(2) des différentes utilités associées aux profils-marques et la différence de la part de préférence de cette marque entre le "premier choix" et le PRBM (R=0,69).

Tableau 11 : Rangs des utilités des sept profils-marques

	Rang 2	Rang 1	rang1/rang2	Différence entre "premier choix" et PRBM
A	14	8	0,57	-0,002
B	24	8	0,33	-0,026
C	15	7	0,47	-0,012
D	23	41	1,78	0,022
E	19	18	0,95	0,035
F	15	12	0,8	0,023
G	20	14	0,7	0,017
H	8	11	1,38	0,024

Le PRBM semble plus pertinent dans cet exemple que "le premier choix" ou "le premier choix avec seuil de similarité". En effet, le PRBM fonctionne avec un "seuil de proximité" entre profils, comme Conjoint Analyser, mais avec le PRBM celui-ci n'est pas figé par le programmeur, il est relatif à la fiabilité des résultats et à la similarité des différents profils en compétition (au travers des écarts types estimés des différents paramètres de la régression). De ce fait, il donne des résultats qui nous semblent plus crédibles sur le terrain marketing que le modèle "premier choix".

Conclusion

Suite à une analyse conjointe en profils complets dont les utilités sont estimées par MCO, le PRBM génère des parts de préférence qui tiennent compte à la fois de la fiabilité des différentes estimations issues des MCO et de la "similarité" des différents profils en compétition. A la différence des autres modèles probabilistes utilisés en analyse conjointe en profils complets, il n'est pas sensible au choix de l'échelle de notation de l'analyse conjointe et il ne souffre pas de l'introduction d'alternatives similaires. A la différence du "Premier choix", le PRBM nuance les résultats en associant à chaque interview une probabilité pour chaque profil en compétition. Le PRBM peut donner parfois des résultats contradictoires avec un "premier choix" classique (le profil ayant l'utilité maximale peut se voir attribuer une probabilité plus faible qu'un profil ayant une utilité moins forte), contradiction qui semble à l'avantage du PRBM car celui-ci intègre dans ses calculs la similarité des profils en compétition. Facilement programmable, le PRBM semble répondre aux différentes faiblesses des modèles probabilistes usuels utilisés pour effectuer des prévisions de parts de préférence lors d'une modélisation par MCO. Il reste à vérifier sa pertinence pour les modèles utilisant des transformations linéaires des rangs, comme SAS. Le PRBM permet d'estimer des parts de préférence en évitant les écueils des modèles usuellement proposés en analyses conjointes en profils complets.

Le PRBM a des limites managériales. Il ne prétend intégrer ni les heuristiques liées aux processus de choix réel de consommateur, ni les phénomènes d'effet d'attraction de marques les unes par rapport aux autres. Il ne donne que des estimations de parts de préférence, et n'est pas un outil d'estimation de parts de marché.

Références bibliographiques

- Andrews R. L., Ansari A. et Currim I. S. (2002), Hierarchical bayes versus finite mixture conjoint analysis models: a comparison of fit, prediction, and partworth recovery, *Journal of Marketing Research*, 39, 87-98
- Baier et Gaul (2001) Market simulation using a probabilistic ideal vector model for conjoint data, in *Conjoint Measurement*, Berlin, Springer, 123-146
- Benammou S., Harbi S., Saporta G. (2003) Sur l'utilisation de l'analyse conjointe en cas de réponses incomplètes ou de non-réponses, *Revue française de statistique*, 2003, Vol LI, 4
- Bettman, J. R., Luce, M. F., and Payne, J. W. (1998). Constructive Consumer Choice Processes. *Journal of Consumer Research*, 25 (3), 187-217
- Bretton-Clark (1992) *Conjoint Analyser Version 3 User Manual*, Morristown, NJ: Bretton Clark
- Cooper L. G. et Nakanishi M. (1983) Standardizing Variable in Multiplicative Choice Models, *Journal of Consumer Research*, 10, 96-108
- Green P. E. et Rao V. R. (1971) Conjoint measurement for quantifying judgmental data, *Journal of Marketing Research*, 8, 355-363
- Green E. et Krieger A. M. (1988) Chose rules and sensivity analysis in conjoint simulators, *Journal of the academy of marketing science*, 16, 114-127
- Gustafson A., Herrman A. et Huber F. (2003) « conjoint analysis as an instrument of market research practice » in *Conjoint Measurement*, Berlin, Springer
- Haaïjer R. et Wedel M. (2003) Conjoint Choice Experiment: General Characteristic an Alternative Model Specifications, in *Conjoint Measurement*, Berlin, Springer
- Huber J., Orme B. et Miller R. (2003) Dealing with product similarity in conjoint simulations, in *Conjoint Measurement*, Berlin, Springer
- Johnson R. M. (1987) Adaptative Conjoint Analysis, *Sawtooth Software Conference Proceeding*
- Kamakura W. et Ozer M. (2003) A multi-trait Multi-method Validity Test of Partworth Estimates, in *Conjoint Measurement*, Berlin, Springer
- Kuhfeld W. F. (2000), *Conjoint Analysis Examples*, SAS Institute Inc.
- Liquet (2001) *Cas d'analyse conjointe*, Paris, Tec&Doc
- Mc Fadden D. (1974) Conditional logit analysis of qualitative choice behaviour, *Frontier of econometrics*, P. Zarembka, ed. New Ork, Academic Press 105-142
- Mc Fadden (1981) *Structural Analysis of discrete Data with Economic Application*, Cambridge, MA-MIT Press
- Orme B. et Baker G., (2000a) Comparing hierarchical bayes draws and randomized first choice for conjoint simulations, *Sawtooth Software Conference Proceeding*
- Orme B. et Baker G., (2000b) Improving the value of conjoint simulations, *Marketing Research*, Winter,12-21
- Wittink D. et Cattin P. (1989) Commercial use conjoint analysis : an update, *Journal of Marketing*, 53,91-96

Annexes

Annexe 1 : Le problèmes de l'hypothèse des alternatives non pertinentes (*Independent from Irrelevant Alternative*)

Cette hypothèse stipule que les covariances entre profils sont nulles. Ainsi, si une nouvelle alternative est ajoutée à l'ensemble des profils en compétition, la probabilité de choix de chaque profil existant sera calculée sans tenir compte du positionnement perceptuel des alternatives, problème généralement illustré par le cas des « bus rouges et bus bleus » que nous développerons ultérieurement. Supposons que nous ayons effectué une analyse conjointe comparant l'utilisation des bus et celle de la voiture. Supposons que l'utilité globale de la voiture soit 3 et celle des bus 1.

Tableau 1 : Utilités et parts de préférence

	Voiture	Bus
Utilités	3	1
Part de préférence BTL	0.75	0.25
Part de préférence MNL	0.88	0.12

Supposons que les bus du parc soient rouges, et que la compagnie décide d'en colorer la moitié en bleu. Nous devrions retrouver une probabilité globale pour les bus rouges et les bus bleus pratiquement identique à celle des bus avant l'introduction des bus bleus. Or, de manière mécanique, les modèles probabilistes vont considérer les bus bleus comme un troisième moyen de transport complètement indépendant des bus rouges et des voitures. Les résultats des bus avec la séparation du profil "Bus" en deux profils "Bus rouges" et "Bus bleus" vont donc être détériorés.

Tableau 2 : Utilités et parts de préférence après l'introduction des bus "bleus"

	Voiture	Bus Rouges	Bus bleus
Utilités	3	1	1
Parts de préférence BTL	0.60	0.20	0.20
Part de préférence MNL	0.78	0.11	0.11

Annexe 2 : Stabilité des résultats du PRBM par transformation linéaire

Appliquons un changement d'échelle de notation identique pour tous les profils du plan. Soit Z cette transformée affine de Y de dimension "p".

$$Z = aY + b \text{ expression dans laquelle } a > 0 \text{ et } b \in R$$

Nous avons, avec le premier élément des vecteurs $\hat{\beta}_Z$ et $\hat{\beta}_Y$ comme estimation de la constante de la régression, et le vecteur τ de la forme $\tau' = [1 \ 0 \ \dots \ 0]_K$

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_z &= a\hat{\beta}_y + b\tau \\ \hat{\sigma}_z^2 &= a^2\hat{\sigma}_y^2 \\ \tilde{Z} &= X_p\tilde{\beta}_z + \xi_z \\ \tilde{\beta}_z &= \hat{\beta}_z + \gamma_z = a\hat{\beta}_y + b\tau + \gamma_z \\ \gamma_z &\approx N(0, \hat{\sigma}'_{\hat{\beta}_z} I_K) \approx a\gamma_y \\ \xi_z &\approx N(0, \hat{\sigma}_z I_p) = a\xi_y\end{aligned}$$

Il faut montrer que:

$$\begin{aligned}P\left[\tilde{Y}_j^{(i)} = \sup_p(\tilde{Y}_p^{(i)})\right] &= P\left[\tilde{Z}_j^{(i)} = \sup_p(\tilde{Z}_p^{(i)})\right] \\ P\left[\tilde{Z}_j^{(i)} = \sup_p(\tilde{Z}_p^{(i)})\right] &= P\left[a \times \hat{\beta}_y^{(i)} + b \times \tau + a\gamma_{y,j}^{(i)} + a\xi_{y,j}^{(i)} = \sup_p(a \times \hat{\beta}_y^{(i)} + b \times \tau + a\gamma_{y,p}^{(i)} + a\xi_{y,p}^{(i)})\right] \\ &= P\left[a \times \hat{\beta}_y^{(i)} + a\gamma_{y,j}^{(i)} + a\xi_{y,j}^{(i)} = \sup_p(a \times \hat{\beta}_y^{(i)} + a\gamma_{y,p}^{(i)} + a\xi_{y,p}^{(i)})\right] = P\left[\tilde{Y}_j^{(i)} = \sup_p(\tilde{Y}_p^{(i)})\right]\end{aligned}$$

Annexe 3 : Le PRBM n'est pas sensible à l'hypothèse des alternatives non pertinentes

Comme la démonstration générale serait un peu fastidieuse, nous décidons de faire comme Baier et Gaul (2003) et de montrer que le PRBM ne souffre pas de l'hypothèse IIA dans le cas du passage de deux à trois profils. La généralisation devient alors intuitive.

Supposons que nous ayons deux profils en compétition, P_1 et P_2 , et une estimation d'une probabilité que P_1 soit préférée à P_2 , calculée par le PRBM : $P(Y_1 > Y_2) = \lambda$.

Avec l'introduction d'un profil P_3 identique à P_2 , on a : $P(Y_2 > Y_3) = P(\xi_2 > \xi_3)$ où ξ_j est une loi normale centrée dont l'écart-type est l'écart-type estimé de l'estimation de l'erreur globale de la régression ($\hat{\sigma}$).

$$\text{Soit } P(Y_2 > Y_3) = \frac{1}{2}.$$

$$P(Y_1 > \bigcup_{j=2}^3 \{Y_j\}) = P(Y_1 > Y_{2/\{Y_2 > Y_3\}}) + P(Y_1 > Y_{3/\{Y_3 > Y_2\}}) = \lambda$$

$$P(Y_2 > \{Y_1, Y_3\}) = P(Y_3 > \{Y_1, Y_2\}) = \frac{1-\lambda}{2}$$

Nous voyons par ce résultat que deux profils identiques ayant chacun une utilité globale supérieure à un troisième profil se verront parfois attribuer des probabilités inférieures à ce troisième profil, l'attraction globale des deux profils se fractionnant en deux parts égales.

Annexe 4 : Adéquation de la variance du PRBM et de celle des MCO

Conditionnellement aux résultats $(X, \hat{\beta}, \hat{\sigma})$, écrivons cette variance conditionnelle des utilités simulées $V^*(\tilde{Y})$.

$$V^*(\tilde{Y}) = E^*((\tilde{Y} - E(\tilde{Y}))(\tilde{Y} - E(\tilde{Y}))') \quad (\text{où } E^* \text{ représente l'espérance conditionnée aux résultats } (X, \hat{\beta}, \hat{\sigma}))$$

Comme $\tilde{Y} = (X_p \hat{\beta} + \gamma) + \xi$ et $E^*(\tilde{Y}) = X\hat{\beta}$

$$V^*(\tilde{Y}) = E^*((X_p(\hat{\beta} + \gamma) + \xi - X_p\hat{\beta})(X_p(\hat{\beta} + \gamma) + \xi - X_p\hat{\beta})')$$

$$= E^*((X_p\gamma + \xi)(X_p\gamma + \xi)') = X_p E^*(\gamma\gamma') X_p' + E^*(\xi\xi')$$

$$= X_p V^*(\gamma) X_p' + V^*(\xi) = X_p (\hat{\sigma}_\beta^2 I_K \hat{\sigma}_\beta^2) X_p' + \hat{\sigma}^2 I_K I_K' = X_p (\hat{\sigma}^2 \text{Diag}[(X'X)^{-1}] I_K) X_p' + \hat{\sigma}^2 I_K$$

Nous avons

$$= (X_p (\text{Diag}[X'X]^{-1}] I_K) X_p' + I_K) \hat{\sigma}^2$$

par ailleurs : $\hat{V}(\tilde{Y} - Y) = (X_p (X'X)^{-1} X_p' + I_K) \hat{\sigma}^2$

La matrice de variance-covariance des profils simulés par le PRBM a la même diagonale que la matrice de variance estimée de l'erreur de prévision. Seules les covariances diffèrent. Pour des plans orthogonaux, la matrice $\hat{V}(\hat{\beta}) = \hat{\sigma}^2 (X'X)^{-1}$ est de la forme :

$$\hat{V}(\hat{\beta}) = \begin{bmatrix} \varphi_{1,1} & \varphi_{1,2} & \varphi_{1,3} & \cdots & \varphi_{1,K} \\ \varphi_{2,1} & \varphi_{2,2} & 0 & \cdots & 0 \\ \varphi_{3,1} & 0 & \varphi_{3,3} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{K,1} & 0 & 0 & \cdots & \varphi_{K,K} \end{bmatrix}$$

Toutes les covariances sont nulles, excepté les covariances comprenant l'estimation de la constante. Pour les plans non-orthogonaux, les covariances seront globalement d'autant plus proches de zéro que le plan choisi sera D.Optimal.