Caractérisation algébrique du calcul d'influence dans les cartes cognitives

Martin Fleurant*,**, David Genest*
David Lesaint* Stéphane Loiseau* Thomas Raimbault**

*Univ Angers, LERIA, SFR MATHSTIC, 49000 Angers
{prenom.nom}@univ-angers.fr
** EIGSI Lab, 26 Rue François de Vaux de Foletier, 17000 La Rochelle
{prenom.nom}@eigsi.fr

Résumé. Les cartes cognitives offrent un modèle graphique pour représenter des connaissances. Une carte cognitive est un graphe orienté où les sommets sont étiquetés par des concepts et les arcs par des influences. L'interrogation d'une carte se fait par le biais de requêtes qui se fondent sur deux opérations de calcul d'influence : la propagation et l'agrégation. Nous montrons que ces opérations répondent, en pratique, à une structure de semi-anneau commutatif. Cette caractérisation permet d'envisager une approche déclarative et symbolique du calcul d'influence et de l'interrogation des cartes cognitives.

1 Introduction

Les *cartes cognitives* sont un modèle graphique pour représenter et raisonner sur les concepts d'un domaine d'intérêt et le niveau d'influence qu'ils exercent entre eux. Précisément, une carte cognitive est un graphe orienté dont les nœuds sont étiquetés par des *concepts* et les arcs par des valeurs modélisant l'*influence* d'un concept sur un autre. Simples à créer et à comprendre pour l'humain, les cartes cognitives sont pratiques pour modéliser des connaissances métier. Appliquées à l'origine au champ politique par Axelrod (1976), elles l'ont été ensuite à d'autres domaines tels que l'économie (Anacleto Louçã (2000)) et la pêche maritime professionnelle (Robert (2020)).

Les *domaines d'influence* dont sont tirées les étiquettes d'arcs varient selon les champs d'application. On trouve aussi bien des domaines symboliques permettant de distinguer, voire de hiérarchiser, des influences "positives" et "négatives" (Axelrod (1976)), que des domaines numériques pour graduer l'intensité de l'influence entre concepts (Langfield-Smith et Wirth (1992)). Outre les types de valeurs, les domaines d'influence sont munis de deux opérations de calcul d'influence qui sont au cœur des mécanismes d'interrogation des cartes. La première, dite de *propagation*, calcule l'influence le long d'un chemin reliant deux concepts en propageant l'influence d'arc en arc. La seconde, dite d'*agrégation*, agrège les influences propagées sur tous les chemins reliant deux concepts. La sémantique de ces opérations et le domaine d'influence sont laissés au choix de l'utilisateur : tables de calcul ad-hoc sur les domaines symboliques (Axelrod (1976)), opérateurs min/max sur les domaines ordonnés (Kosko (1986)), opérateurs arithmétiques sur les entiers (Chauvin et al. (2008)), *etc.*

Au delà du calcul d'influence, différentes extensions ont été proposées pour enrichir les cartes cognitives et les doter de mécanismes d'interrogation plus puissants. Citons par exemple les cartes cognitives floues (Kosko (1986)), contextuelles (Chauvin et al. (2008)), taxonomiques (LeDorze et al. (2012)) et ontologiques (Robert (2020)). Ces dernières intègrent une ontologie spatio-temporelle et proposent le langage d'interrogation CMQL inspiré de SPARQL (Prud'hommeaux et Seaborne (2008)) qui est implanté dans un langage orienté objet. CMQL permet d'exprimer des requêtes combinant des *primitives* d'accès aux composantes graphiques, taxonomiques et ontologiques d'une carte. Le langage comporte notamment deux primitives pour les calculs de propagation et d'agrégation.

Les cartes cognitives présentées dans la littérature n'imposent, ni n'explicitent, aucune condition sur ces deux opérations alors que certaines propriétés semblent récurrentes. Nous montrons dans cet article que la structure de *semi-anneau commutatif* sous-tend les domaines d'influence utilisés en pratique. Agrégation et propagation y font office respectivement d'addition et de multiplication, et l'élément nul représente la valeur d'influence attribuée, par calcul, à toute absence de chemin. Cette axiomatisation permet d'envisager une approche déclarative et symbolique du calcul d'influence, et plus généralement des langages de requêtes, en s'appuyant sur des modèles génériques qui réifient l'inexistence de chemin par l'influence nulle. On notera que les semi-anneaux et leurs extensions (dioïdes, anneaux, *etc.*) sont au cœur de nombreux problèmes combinatoires en théorie des graphes (Gondran et Minoux (2001)) et servent de structure de valuation dans différents modèles de représentation de connaissances (Bistarelli et al. (1999)).

L'article s'organise comme suit. La section 2 introduit le modèle des cartes cognitives. La section 3 analyse les domaines d'influences utilisés dans l'état de l'art au regard de quelques propriétés algébriques. La section 4 montre que la structure de semi-anneau commutatif permet d'unifier les domaines d'influence dans un cadre commun. La section 5 conclut et présente les perspectives de ce travail.

2 Cartes cognitives

Une carte cognitive est un digraphe étiqueté dont les nœuds représentent des concepts et les arcs des influences entre concepts. L'étiquetage d'une carte suppose le choix préalable d'un ensemble de valeurs d'influence, appelé domaine d'influence. Différents domaines sont utilisés en pratique selon que l'on souhaite modéliser "intensité" ou "polarité" de l'influence. Un domaine d'influence peut se définir par un ensemble de symboles tel $\{+, -\}$ ou $\{pas_du_tout, un_peu, beaucoup\}$, une plage continue ou discrète telle [0,1] ou $\{-4, \ldots, 4\}$, *etc.* À titre d'exemple, la carte G1 (Figure 1) exprime des connaissances relatives à la pêche et est étiquetée sur le domaine d'influence $\{-4, \ldots, 4\}$. Elle montre par exemple que la communication entre patrons a une moindre influence sur la connaissance métier des patrons que cette dernière sur la rentabilité (influence de 2 entre les nœuds ⑨ et ⑥, et de 3 entre les nœuds ⑥ et ⑤). Nous rappelons la définition des cartes cognitives tirée de (Chauvin et al. (2008)).

Définition 1 (Carte cognitive) *Soient C un ensemble de concepts et I un domaine d'influence. Une carte cognitive sur (C, I) est un digraphe étiqueté $G = (N, A, \mathcal{L}^N, \mathcal{L}^A)$ où :*

— *N est l'ensemble des nœuds du graphe ;*

— *$A \subseteq N \times N$ est l'ensemble des arcs ;*

— $\mathcal{L}^N : N \to C$ *est une fonction d'étiquetage associant à chaque nœud un concept ;*
— $\mathcal{L}^A : A \to I$ *est une fonction d'étiquetage associant à chaque arc une valeur de* I*, appelée valeur d'influence.*

La donnée d'une carte cognitive soulève naturellement le problème de déterminer l'influence existant entre concepts distants, c'est-à-dire qui ne sont pas directement connectés. Cette question n'a de sens que s'il existe un chemin entre les concepts visés. Le cas échéant, il faut aussi préciser quel chemin ou quel ensemble de chemins est à considérer pour le calcul. L'approche adoptée dans les cartes cognitives consiste à distinguer deux calculs : la propagation d'influence le long d'un chemin reliant deux concepts, et l'agrégation des influences propagées sur l'ensemble des chemins reliant deux concepts. Ces calculs sont typiquement implantés par des primitives dédiées dans les langages d'interrogation de cartes. Ils reposent sur la définition préalable des deux opérations de propagation et d'agrégation sur le domaine d'influence. Nous formalisons d'abord la notion de chemin dans le contexte des cartes cognitives (Chauvin et al. (2008)).

Définition 2 (Chemin d'influence) *Soit* $G = (N, A, \mathcal{L}^N, \mathcal{L}^A)$ *une carte cognitive sur* (C, I) *et* $c_A, c_B \in C$*. Un chemin d'influence* p *de* c_A *vers* c_B *est une séquence* $n_0 \cdot n_1 \cdot \ldots \cdot n_k$ *telle que* $k > 0$*,* $(n_{i-1}, n_i) \in A$ *pour* $i \in \{1, .., k\}$*,* $\mathcal{L}^N(n_0) = c_A$ *et* $\mathcal{L}^N(n_k) = c_B$*.* c_A *et* c_B *sont appelés respectivement origine et destination de* p*.* k*, dénoté* $|p|$*, est appelé longueur de* p*.*

Un chemin $p = n_0 \cdot \ldots \cdot n_k$ se définit de manière équivalente par sa séquence d'arcs que l'on notera $\langle p_1, \ldots, p_k \rangle$. L'influence propagée d'un chemin se définit à partir d'une loi binaire sur le domaine d'influence, loi interne dénotée $\otimes$ (Chauvin et al. (2008)), supposée associative.

Définition 3 (Influence propagée sur un chemin) *Soient* $G = (N, A, \mathcal{L}^N, \mathcal{L}^A)$ *une carte cognitive sur* (C, I)*, et* $p = \langle p_1, \ldots, p_k \rangle$ *un chemin d'influence dans* G*. L'influence propagée sur* p *dans* G *est* $\omega_G(p) = \mathcal{L}^A(p_1)$ *si* $|p| = 1$ *et* $\omega_G(p) = \bigotimes_{i=1}^{|p|} \mathcal{L}^A(p_i)$ *si* $|p| > 1$*, où* $\bigotimes$ *est une loi interne de* I *binaire et associative.*

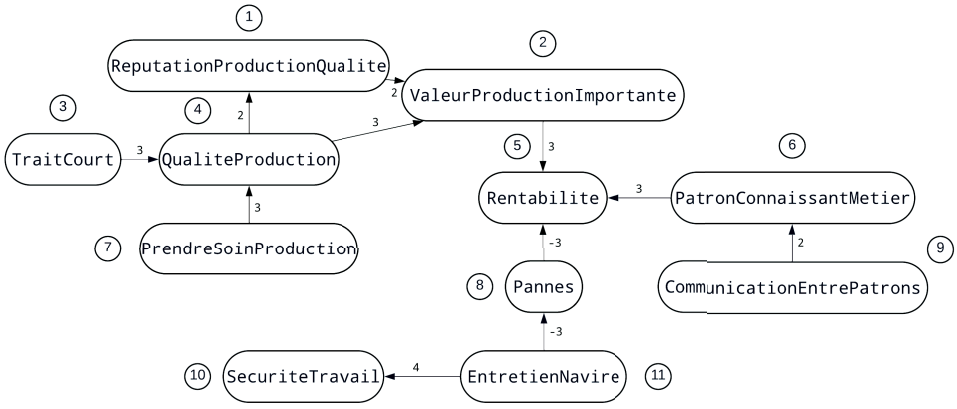

FIG. 1 – *Carte cognitive* $G1$ *où* $I = \{-4, \ldots, 4\}$*,* $\oplus = max$ *et* $\otimes = min$*.*

Considérons la carte $G1$. L'influence propagée sur le chemin p =⑨·⑥·⑤ vaut $\omega_G(p)$ $= \mathcal{L}^A(⑨, ⑥) \otimes \mathcal{L}^A(⑥, ⑤) = 2 \otimes 3$. L'opération de propagation étant définie par l'opération $\min$, l'influence de ce chemin vaut 2.

L'influence agrégée entre un concept origine et un concept destination se calcule à partir des influences propagées sur l'ensemble des chemins les reliant. De la même façon que l'influence propagée, l'influence agrégée se définit à partir d'une loi binaire interne au domaine d'influence, loi dénotée $\oplus$ (Chauvin et al. (2008)) et supposée associative. En pratique, le calcul d'agrégation demande d'opérer sur un ensemble fini de chemins, eux-mêmes finis. Les calculs sur les cartes ne considèrent donc que des chemins dits minimaux pour gérer le cas des cartes comportant des cycles. Cette notion admet deux définitions alternatives qui sont laissées au choix de l'utilisateur : un chemin est dit nœud-minimal (ou élémentaire) s'il est acyclique, ou bien arc-minimal s'il n'emprunte jamais deux fois le même arc. A noter que l'arc-minimalité implique la nœud-minimalité.

Définition 4 (Influence agrégée) *Soient $G = (N, A, \mathcal{L}^N, \mathcal{L}^A)$ une carte cognitive sur (C, I), et $c_1, c_2 \in C$ tels que l'ensemble des chemins minimaux P_{c_1,c_2} entre c_1 et c_2 est non-vide. L'influence agrégée dans G entre c_1 et c_2 est $\Omega_G(c_1, c_2) = \omega_G(p)$ si $P_{c_1,c_2} = \{p\}$ et $\Omega_G(c_1, c_2) = \bigoplus_{p \in P_{c_1,c_2}} \omega_G(p)$ si $|P_{c_1,c_2}| > 1$, où $\bigoplus$ est une loi interne de I binaire et associative.*

Par exemple, deux chemins relient le nœud ④ au nœud ⑤ dans la carte $G1$: ④·②·⑤ et ④·①·②·⑤. Leurs influences propagées valent, respectivement, $\omega_G(④·②·⑤) = \min(3, 3)$ = 3 et $\omega_G(④·①·②·⑤)$ = $\min(\min(2,\ 2), 3)$ = 2. L'influence agrégée du nœud ④ à ⑤ vaut donc $\Omega_G(④, ⑤) = \max(\omega_G(④·②·⑤)\ , \omega_G(④·①·②·⑤) = \max(3, 2) = 3$. On considère donc que la qualité de production améliore sensiblement la rentabilité.

En pratique, les cartes peuvent être de grande taille et on peut être amené à interroger plusieurs cartes portant sur le même domaine d'intérêt. Il peut être alors difficile d'exploiter cette somme d'informations. Il est donc pertinent d'avoir un outil qui aide les utilisateurs à accéder simplement aux informations qu'ils souhaitent sur la ou les cartes. Le langage CMQL (Robert (2020)) a été créé pour répondre à ce besoin. Il propose différentes *primitives* pour accéder aux connaissances exprimées dans les cartes, qu'elles soient graphiques, taxonomiques ou ontologiques, et il offre une syntaxe permettant de les combiner pour formuler des requêtes.

Les primitives sont des relations entre des objets du modèle des cartes cognitives. Ces objets peuvent être des cartes, des concepts, des influences, des chemins, des entiers, *etc.* Une *formule primitive* est une expression syntaxique désignant une primitive. Elle s'écrit par le nom de la primitive, suivie des attributs de la primitive. Ces attributs peuvent être des variables (préfixées par un point d'interrogation) ou des constantes. Nous ne présentons ici que la primitive appelée `PathValue` (Robert (2020)) qui permet de calculer un chemin dans une carte et son influence propagée.

Définition 5 (Primitive `PathValue`) *Soient $\mathbb{G}$ un ensemble de cartes cognitives définies sur le domaine d'influence I, $\mathbb{P}_G$ l'ensemble des chemins minimaux d'une carte G de $\mathbb{G}$, et $\mathbb{P}_\mathbb{G}$ l'ensemble des chemins minimaux de toutes les cartes de $\mathbb{G}$ ($\mathbb{P}_\mathbb{G} = \bigcup_{G \in \mathbb{G}} \mathbb{P}_G$). La primitive `PathValue`$(G : \mathbb{G}, p : \mathbb{P}_\mathbb{G}, i : I)$ est une primitive telle que p est un chemin dans la carte G dont l'influence propagée vaut i. Sa valeur est l'ensemble $\{(G, p, i) \mid p \in \mathbb{P}_G \wedge \omega_G(p) = i\}$.*

La carte $G1$ est extraite d'un corpus de cartes $\mathbb{G}$ (Robert (2020)). On peut s'intéresser aux chemins de cette carte dont l'influence propagée vaut 3. Cette requête s'exprime par la formule primitive `PathValue`$(G1, ?p, 3)$ portant sur la carte $G1$, la valeur d'influence 3 et la variable chemin p. Les triplets satisfaisant la formule sont partiellement listés ci-dessous :

$\mathbb{G}$	p	i
$G1$	`TraitCourt` $\rightarrow$ `QualiteProduction`	3
$G1$	`ValeurProductionImportante` $\rightarrow$ `Rentabilite`	3
...	...	...

Le langage CMQL s'inspire de SPARQL (Prud'hommeaux et Seaborne (2008)) et propose des clauses telles `SELECT`, `FROM`, `WHERE` ou `MODIFIER` pour combiner des primitives. Par exemple, la requête `SELECT ?p FROM G1 WHERE {PathValue(?m,?p,-3)}` qui détermine les chemins d'influence propagée égale à -3 dans $G1$, a pour résultat :

$?p$
`EntretienNavire` $\rightarrow$ `Pannes`
`Pannes` $\rightarrow$ `Rentabilite`
`EntretiensNavire` $\rightarrow$ `Pannes` $\rightarrow$ `Rentabilite`

3 Analyse des domaines d'influence dans les cartes cognitives

Nous nous intéressons sur les domaines d'influence aux propriétés [1] de commutativité, associativité, distributivité, existence de neutre et d'absorbant en assimilant la loi d'agrégation ($\oplus$) à une loi additive et la loi de propagation ($\otimes$) à une loi multiplicative.

Considérons $G1$. La commutativité de $\otimes$ signifie que l'influence propagée sur le chemin ⑦·④·② est inchangée si les étiquettes de (⑦,④) et (④,②) sont échangées. L'associativité de $\otimes$ signifie que le calcul d'influence propagée sur ⑦·④·②·⑤ admet deux décompositions possibles : propager sur ⑦·④·② puis avec (②,⑤), ou bien propager sur ④·②·⑤ puis (⑦,④) avec l'influence obtenue. Dans l'hypothèse où commutativité et associativité sont réunies, la position et l'ordre d'apparition des étiquettes le long d'un chemin n'ont donc aucune incidence sur l'influence propagée. La distributivité de $\otimes$ sur $\oplus$ peut être illustrée en considérant les nœuds ④ et ⑤. Les deux chemins les reliant, ④·①·②·⑤ et ④·②·⑤, se terminent par le même chemin ②·⑤. La distributivité garantit qu'agréger les influences propagées sur les deux chemins équivaut à propager l'influence agrégée des influences propagées sur ④·①·② et ④·② avec l'influence étiquetant (②,⑤).

Le Tableau 1 présente trois domaines d'influence typiques de la littérature et en détaille les propriétés. Le premier domaine $\{+, -, ?\}$ a été introduit par Axelrod (1976) : $+$ dénote une influence positive, $-$ une influence négative et $?$ une influence "ambiguë" (positive ou négative). Le Tableau 2 fournit les tables d'agrégation et de propagation (Chauvin et al. (2008)). On vérifie que les deux lois sont commutatives et associatives, et que la propagation se distribue

$(I, \oplus, \otimes)$	$(\{+, -, ?\}, \oplus, \otimes)$	$(\{-4, \ldots, 4\}, \max, \min)$	$(\mathbb{Q}, +, \times)$
Commutativité de $\oplus$	oui	oui	oui
Associativité de $\oplus$	oui	oui	oui
Élément neutre $0_\oplus$ pour $\oplus$	non	-4	0
Commutativité de $\otimes$	oui	oui	oui
Associativité de $\otimes$	oui	oui	oui
Élément neutre $1_\otimes$ pour $\otimes$	+	4	1
Distributivité de $\otimes$ sur $\oplus$	oui	oui	oui
$0_\oplus$ élément absorbant de $\otimes$	non	oui	oui

TAB. 1 – *Propriétés algébriques de domaines d'influence usuels*

$\oplus$	$+$	$-$	$?$
$+$	$+$	$?$	$?$
$-$	$?$	$-$	$?$
$?$	$?$	$?$	$?$

$\otimes$	$+$	$-$	$?$
$+$	$+$	$-$	$?$
$-$	$-$	$+$	$?$
$?$	$?$	$?$	$?$

TAB. 2 – *Tables de l'agrégation $\oplus$ et de la propagation $\otimes$ sur $\{+, -, ?\}$*

sur l'agrégation et a $+$ pour élément neutre. En revanche, son élément absorbant $?$ n'est pas l'élément neutre pour l'agrégation, qui n'en possède d'ailleurs aucun.

Le second domaine d'influence est la plage d'entiers $\{-4, \ldots, 4\}$ où $\oplus = max$ et $\otimes = min$. Il a été utilisé dans les cartes du corpus étudié par (Robert (2020)) et dont est extraite la carte $G1$. Ces deux opérations sont commutatives et associatives, $\otimes$ se distribue sur $\oplus$, et chacune des bornes du domaine est le neutre d'une opération et l'absorbant de l'autre. Le dernier domaine d'influence est le corps des rationnels qui vérifie bien toutes les propriétés. Ce domaine permet par exemple de raisonner sur des taux. Afin d'opérer sur des pourcentages, on peut substituer l'addition par une opération conservative telle que $\max$ ou $\min$. On peut aussi imaginer des structures produit, qui couplent influence, longueur de chemin et/ou nombre de chemins, afin de pondérer les calculs d'influence (par exemple moyenne arithmétique pour l'agrégation) ou pour les justifier par l'adjonction de traces.

4 Semi-anneaux commutatifs et domaines d'influences

Nous montrons ici que la structure de semi-anneau commutatif permet d'unifier les domaines d'influence utilisés en pratique. Nous en rappelons la définition qui reprend les propriétés abordées précédemment.

Définition 6 (semi-anneau commutatif) *Soit E un ensemble muni de deux lois de composition interne $\oplus$ et $\otimes$. $(E, \oplus, \otimes)$ est un semi-anneau si les propriétés suivantes sont satisfaites :*

— *$\oplus$ est commutative, associative et possède un élément neutre $0_\oplus$;*

1. Commutativité de $\otimes$: $\forall x, y \in I : x \otimes y = y \otimes x$. Associativité de $\otimes$: $\forall x, y, z \in I : (x \otimes y) \otimes z = x \otimes (y \otimes z)$. Distributivité de $\otimes$ sur $\oplus$: $\forall x, y, z \in I : (x \oplus y) \otimes z = (x \otimes z) \oplus (y \otimes z)$. Élément neutre pour $\otimes$: $\exists e \in I, \forall x \in I : x \otimes e = e \otimes x = x$. Élément absorbant pour $\otimes$: $\exists a \in I, \forall x \in E : a \otimes x = x \otimes a = a$.

— $\otimes$ *est associative et possède un élément neutre* $1_\otimes$ *;*
— $\otimes$ *est distributive par rapport à* $\oplus$ *;*
— $0_\oplus$ *est absorbant pour* $\otimes$ *:* $\forall x \in E : 0_\oplus \otimes x = x \otimes 0_\oplus = 0_\oplus$.

Un semi-anneau $(E, \oplus, \otimes)$ *est dit commutatif si* $\otimes$ *est commutative.*

Le Tableau 1 liste les propriétés attendues d'un domaine d'influence pour satisfaire à la structure de semi-anneau commutatif en assimilant les opérations d'agrégation et de propagation aux lois d'addition $\oplus$ et de multiplication $\otimes$. Clairement, le domaine $(\{-4, \ldots, 4\}, \max, \min)$ les satisfait toutes. Il en va de même du corps des nombres rationnels, par définition. Le domaine symbolique vérifie quant à lui les axiomes d'associativité, commutativité et distributivité. En revanche, il n'admet pas d'élément neutre pour l'agrégation et il contient un double absorbant (l'élément «?»). Nous justifions et montrons ci-dessous comment plonger ce type de domaine dans une structure de semi-anneau commutatif.

D'une part, les requêtes de propagation et d'agrégation d'influence doivent répondre au cas de figure où il n'existe aucun chemin entre deux nœuds. Autrement dit, l'absence de chemin(s) doit être réifiée et une valeur d'influence lui être associée, notamment si cette valeur est produite par une primitive et réutilisée dans une requête englobante (p. ex. agréger l'influence de 2 ensembles de chemins dont l'un est vide). Tout domaine d'influence doit donc inclure une valeur dédiée qui sera associée à l'absence d'arc ou de chemin entre nœuds, valeur que nous appelons *influence nulle*. D'un point de vue algébrique, cet élément est forcément absorbant pour la propagation : la composition d'un chemin $u_1 \cdot \ldots \cdot u_m$ et d'un chemin inexistant $u_m \cdot \ldots \cdot u_n$ est un chemin inexistant $u_1 \cdot \ldots \cdot u_m \cdot \ldots \cdot u_n$. Il est aussi l'élément neutre de l'agrégation : seuls les chemins existant entre deux nœuds sont considérés dans la définition même de l'opération, les chemins inexistants étant ignorés.

D'autre part, l'opération de propagation est toujours envisagée en pratique comme étant commutative et associative : l'influence propagée sur un chemin doit être indépendante de l'agencement des arcs. Autrement dit, la position d'une étiquette sur le chemin est sans incidence sur le calcul et toute permutation doit aboutir au même résultat. Il en va de même pour l'agrégation qui, par définition, s'applique à un ensemble de chemins et non à un tuple de chemins. La distributivité paraît quant à elle incontournable pour plus de flexibilité dans l'expression des requêtes en laissant l'opportunité à l'utilisateur de factoriser ou non l'expression d'un calcul d'agrégation (ou de développer un calcul de propagation).

En résumé, tout domaine d'influence bien fondé et incorporant l'influence nulle est un semi-anneau commutatif si l'on assimile l'agrégation à la loi $\oplus$ et la propagation à $\otimes$, l'influence nulle étant nécessairement l'élément neutre $0_\oplus$ de $\oplus$. Certains domaines satisfont à cette structure sans qu'il ne soit a priori nécessaire d'y adjoindre l'influence nulle, le neutre de l'agrégation pouvant endosser ce rôle, p. ex. 0 pour $(\mathbb{Q}, +, \times)$. Le cas échéant, un langage d'interrogation peut laisser à l'utilisateur le choix d'incorporer ou non cet élément dans un souci de flexibilité. Son adjonction permet toutefois d'éviter toute ambiguïté d'interprétation entre "influences nulles virtuelles" associées à l'inexistence de chemin et "influences nulles réelles" associées par calcul à des chemins existants. Si l'on reprend l'exemple du domaine $(\mathbb{Q}, +, \times)$, une requête produisant l'influence 0 par propagation ne permet pas de conclure à l'existence d'un chemin sous-jacent. En revanche, la même requête sur $\mathbb{Q} \cup \{0_\oplus\}$ produira l'influence nulle $0_\oplus$ s'il n'existe aucun chemin satisfaisant la requête, ou 0 dans le cas contraire.

5 Conclusion

L'interrogation des cartes cognitives repose sur deux primitives de calcul d'influence, propagation et agrégation. Nous avons montré que ces opérations satisfont en pratique à une structure de semi-anneau commutatif. Suite à ce travail, nous proposons de développer une approche déclarative de CMQL fondée sur la programmation par contraintes et intégrant les propriétés algébriques du calcul d'influence.

Remerciements

Ce travail a été en partie financé dans le cadre du projet YeloDETA (Bpifrance, PIA4).

Références

Anacleto Louçã, J. (2000). *Cartographie cognitive, réflexion stratégique et interaction distribuée : une approche multi-agent*. Ph. D. thesis. Paris 9.

Axelrod, R. (1976). *Structure of Decision : The Cognitive Maps of Political Elites*. Princeton University Press.

Bistarelli, S., U. Montanari, F. Rossi, T. Schiex, G. Verfaillie, et H. Fargier (1999). Semiring-based CSPs and valued CSPs : Frameworks, properties, and comparison. *Constraints An Int. J. 4*(3), 199–240.

Chauvin, L., D. Genest, et S. Loiseau (2008). Contextual cognitive map. In P. W. Eklund et O. Haemmerlé (Eds.), *ICCS 2008*, Volume 5113 of *LNCS*, pp. 231–241. Springer.

Gondran, M. et M. Minoux (2001). *Graphes, dioïdes et semi-anneaux*. Tec & Doc.

Kosko, B. (1986). Fuzzy cognitive maps. *Int. journal of man-machine studies 24*(1), 65–75.

Langfield-Smith, K. et A. Wirth (1992). Measuring differences between cognitive maps. *The Journal of the Operational Research Society 43*(12), 1135–1150.

LeDorze, A., L. Chauvin, L. Garcia, D. Genest, et S. Loiseau (2012). Views and synthesis of cognitive maps. In A. Ramsay et G. Agre (Eds.), *AIMSA 2012*, Volume 7557 of *LNCS*, pp. 119–124. Springer.

Prud'hommeaux, E. et A. Seaborne (2008). SPARQL query language for RDF. W3C.

Robert, A. (2020). *Représentation et interrogation de connaissances dans des cartes cognitives spatio-temporelles.* Ph. D. thesis, Université d'Angers, France.

Summary

Cognitive maps are a graphical model for representing knowledge. A cognitive map is a digraph whose vertices are labeled by concepts and edges by influences. Querying a map relies on two basic operations: influence propagation and aggregation. We show that these operations satisfy, in practice, a commutative semi-ring structure. This characterization allows us to consider a declarative and symbolic approach to influence calculation and the interrogation of cognitive maps.