

Génération en une seule passe de séries temporelles multivariées par modélisation multivariée conditionnelle

Abdellah Madane^{*,**}, Florent Forest^{****}, Hanane Azzag^{***}
Mustapha Lebbah^{*}, Jérôme Lacaille^{**}

^{*}Laboratoire DAVID, Université Paris Saclay, 78035 Versailles, France
prenom.nom@uvsq.fr

^{**}DataLab, Safran Aircraft Engines, 77550 Moissy-Cramayel, France
prenom.nom@safrangroup.com

^{****}IMOS Lab, EPFL, Lausanne, Switzerland
florent.forest@epfl.ch

^{***}LIPN, UMR CNRS 7030, Université Sorbonne Paris Nord, 93430 Villetaneuse, France
azzag@univ-paris13.fr

Résumé. Dans cet article, nous proposons MTS-CGAN, acronyme anglais pour "Multivariate Time Series Conditional Generative Adversarial Network" ou Réseau Antagoniste Génératif Conditionnel pour Séries Temporelles Multivariées en français. MTS-CGAN est un réseau antagoniste génératif conditionnel conçu spécifiquement pour les données de séries temporelles multivariées, doté de réseaux générateur et discriminateur basés sur l'architecture Transformer. Ce modèle utilise un contexte encodé pour conditionner la génération, permettant de produire en une seule passe de séries temporelles complexes et offrant une meilleure performance dans des contextes de distributions mixtes, surpassant ainsi les modèles existants. Nous évaluons MTS-CGAN à l'aide de métriques quantitatives et qualitatives sur différents jeux de données de séries temporelles multivariées. De plus, nous proposons également une adaptation innovante de la distance de Fréchet inception aux séries temporelles pour évaluer la qualité des données générées. Ce travail de recherche démontre le potentiel du MTS-CGAN dans la génération de séries temporelles multivariées.

1 Introduction

Nous examinons dans ce travail de recherche la génération conditionnelle de séries temporelles multivariées (STM), conditionnée par des variables catégorielles ou d'autres signaux de séries temporelles multivariées. La majorité des travaux publiés sur la génération de STM utilisent des architectures récurrentes, qui éprouvent souvent des difficultés avec les longues séries temporelles en raison de problèmes de gradient qui disparaissent ou explosent. Les architectures basées sur les Transformers ont révolutionné la modélisation des séquences ces dernières années, ce qui motive leur utilisation pour les séries temporelles, notamment multivariées, et montre des résultats prometteurs. En outre, bien que la génération conditionnelle

avec des conditions catégorielles ait été explorée, peu de travaux abordent le conditionnement sur d'autres STM. La génération conditionnée sur des STM a de nombreuses applications, particulièrement pertinentes pour les systèmes impliquant des variables de contrôle ou contextuelles. Dans l'industrie aéronautique, un tel modèle permettrait de simuler le comportement des moteurs d'avion sous diverses conditions environnementales. En intégrant des variables telles que la température ambiante, la pression atmosphérique et l'humidité au cours des vols, ce modèle pourrait générer des données reflétant les performances du moteur durant ces vols-là à différentes altitudes et dans divers climats. Cette capacité de pré-tester virtuellement les réactions du moteur à des scénarios spécifiques avant les essais physiques réels aide à réduire les risques et les coûts de développement. Ce travail est un résumé de l'article (Madane et al., 2024). Nos contributions sont résumées comme suit :

- Nous concevons une architecture de réseau antagoniste génératif conditionnel basée sur les Transformers pour la génération de STM, permettant la génération en une seule passe de STM sous différents types de conditions ;
- Nous introduisons et étudions un nouveau paramètre α qui contrôle le compromis entre la variabilité et l'importance accordée au contexte dans la génération conditionnelle ;
- Nous évaluons rigoureusement notre approche sur cinq jeux de données STM de la base UEA avec des méthodes d'évaluation quantitatives ;
- Nous introduisons la métrique MTS-FID, acronyme anglais pour "**M**ultivariate **T**ime **S**eries **F**rechet **I**nception **D**istance" ou "Distance de Fréchet Inception pour Séries Temporelles Multivariées" en français, pour l'évaluation des modèles génératifs de STM, adaptant le concept de la FID aux défis spécifiques des séries temporelles.

2 Travaux connexes

Réseau Antagoniste Génératif. Connu sous l'acronyme GAN (de l'anglais **G**enerative **A**dversarial **N**etwork) (Goodfellow et al., 2014), il constitue un cadre d'apprentissage machine où deux réseaux, le générateur et le discriminateur, entrent en compétition. Le générateur apprend à créer des échantillons synthétiques similaires à ceux de la distribution originale. Dans ce processus, des vecteurs de bruit $\mathbf{z}$ sont échantillonnés à partir d'une distribution préalable $p_{\mathbf{z}}$ et transformés par le réseau générateur. Le discriminateur, quant à lui, apprend à distinguer les données réelles des échantillons synthétiques. La fonction de perte utilisée est la suivante :

$$\min_G \max_D \mathbb{E}_{\mathbf{x} \sim p_{\text{data}}} [\log D(\mathbf{x})] + \mathbb{E}_{\mathbf{z} \sim p_{\mathbf{z}}} [\log(1 - D(G(\mathbf{z})))]$$

GAN dans le contexte des séries temporelles. Des variantes de GAN ont été conçues pour la génération de séries temporelles, telles que SeqGAN (Yu et al., 2017) pour la génération de séquences discrètes, Quant GANs (Wiese et al., 2020) pour capturer les dépendances à long terme dans les séries temporelles financières, RCGAN (Esteban et al., 2017) pour les séries temporelles multidimensionnelles continues, et TimeGAN (Yoon et al., 2019) qui propose un cadre pour générer des séries temporelles réelles via un espace d'incorporation appris.

GAN basés sur les Transformers. TransGAN (Jiang et al., 2021) utilise uniquement des Transformers (Vaswani et al., 2017) pour générer des images synthétiques, où le discriminateur

TAB. 1 – *Comparaison entre modèles génératifs conditionnels de séries temporelles.*

Modèle	Architecture	Condition		Séries temporelles générées	
		Catégorielle	STM	Univariées	Multivariées
T-CGAN (Ramponi et al., 2018)	CNN	✓	✗	✓	✗
RCGAN (Esteban et al., 2017)	RNN	✓	✗	✓	✓
TTS-CGAN (Li et al., 2022b)	Transformer	✓	✗	✓	✓
MTS-CGAN (Ours)	Transformer	✓	✓	✓	✓

est adapté de l’architecture de Vision Transformer (ViT) (Dosovitskiy et al., 2020). De façon similaire, TTS-GAN (Li et al., 2022a) adapte cette approche aux séries temporelles multivariées, considérant une série temporelle comme une image de hauteur un, de largeur équivalente au nombre de pas de temps et de canaux correspondant au nombre de variables.

Génération de séries temporelles conditionnelles avec CGAN. CGAN (Mirza et Osindero, 2014) est une extension du GAN classique permettant de contrôler les échantillons générés via une condition, typiquement un vecteur y , intégré dans les entrées du générateur et du discriminateur. RCGAN (Esteban et al., 2017) et T-CGAN (Ramponi et al., 2018) illustrent l’application de CGAN aux séries temporelles, tandis que TTS-CGAN étend cette approche en y ajoutant une tête de classification pour prédire la classe du signal d’entrée. Le tableau 1 présente une comparaison entre MTS-CGAN et ces modèles de référence.

3 Réseau Antagoniste Génératif Conditionnel pour Séries Temporelles Multivariées (MTS-CGAN)

3.1 Architecture proposée

L’architecture de MTS-CGAN basée sur les Transformers comprend un générateur G et un discriminateur D , comme illustré dans la Fig. 1. Ce modèle permet la génération en une seule passe de séries temporelles multivariées conditionnées sur un contexte qui peut être des variables catégorielles ou une autre série temporelle multivariée.

Le **générateur conditionnel** (G) reçoit un vecteur de bruit z et un contexte encodé, tous deux concaténés après avoir été transformés en un espace latent de même dimension. Après des transformations linéaires, le vecteur est passé par des couches de self-attention multi-têtes pour extraire les interdépendances entre le signal généré et le contexte. La sortie finale est obtenue par une couche de convolution, produisant directement des séries temporelles multivariées. Ce mécanisme de génération en une seule passe améliore le passage à l’échelle, l’efficacité et la capacité à modéliser des dépendances complexes et multidimensionnelles.

Le **discriminateur conditionnel** (D) vise à classifier les séries temporelles comme réelles ou synthétiques. Son entrée est soit une série temporelle réelle, soit une série générée avec sa condition correspondante. D’abord, il concatène les vecteurs d’entrée et applique une transformation linéaire. Ensuite, le vecteur résultant est divisé en plusieurs patches associés à leurs positions temporelles respectives auxquels on rajoute un jeton de classification. L’ensemble est ensuite alimenté aux couches consécutives de l’encodeur. Finalement, un classifieur binaire

Génération Conditionnelle de Séries Temporelles Multivariées

utilise les informations apprises dans le jeton de classification pour distinguer entre les signaux réels et faux.

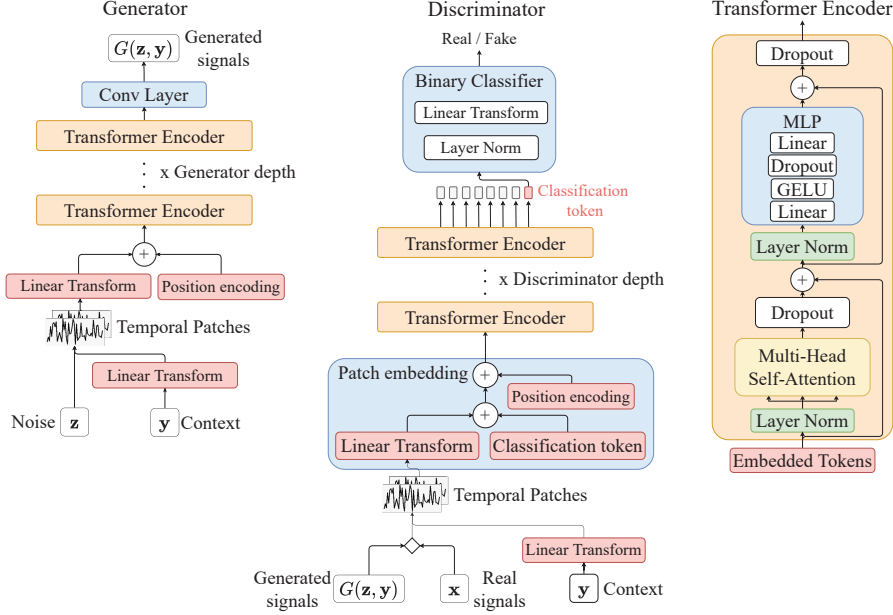


FIG. 1 – Architecture du MTS-CGAN

La génération de données avec un GAN conditionnel nécessite un équilibre entre les informations connues (le contexte, $\mathbf{y}$) et les éléments aléatoires (le bruit, $\mathbf{z}$). Cet équilibre est régulé par l'hyperparamètre α , qui ajuste l'influence du bruit et du contexte dans le processus de génération. Une valeur élevée de α introduit plus de variabilité, tandis qu'une valeur faible privilégie la fidélité aux conditions d'entrée. Ce mécanisme permet de contrôler la prévisibilité ou l'imprévisibilité des données générées, ce qui est essentiel pour différentes applications comme la simulation ou l'augmentation de données. Dans les simulations, α est ajusté en fonction de la ressemblance avec les conditions standard : un α faible pour des scénarios normaux et un α élevé pour des situations extrêmes.

Nous utilisons la fonction de perte LSGAN (Mao et al., 2017), qui remplace la cross-entropy utilisée dans le GAN original par une perte des moindres carrés. Cela permet de stabiliser l'entraînement et d'améliorer la qualité des échantillons générés en réduisant les problèmes de gradients qui explosent ou disparaissent, fréquemment rencontrés avec les GANs.

$$\min_D \frac{1}{2} \mathbb{E}_{\mathbf{x}, \mathbf{y} \sim p_{\text{data}}} [(D(\mathbf{x}, \mathbf{y}) - 1)^2] + \frac{1}{2} \mathbb{E}_{\mathbf{z} \sim p_{\mathbf{z}}} [(D(G(\mathbf{z}, \mathbf{y}), \mathbf{y}))^2] \quad (1)$$

$$\min_G \frac{1}{2} \mathbb{E}_{\mathbf{z} \sim p_{\mathbf{z}}} [(D(G(\mathbf{z}, \mathbf{y}), \mathbf{y}) - 1)^2] \quad (2)$$

$G(\mathbf{z}, \mathbf{y})$ est modifié pour intégrer l'hyperparamètre α , qui régule l'équilibre entre le bruit et la condition. Ainsi, elle est remplacée par $G(\alpha \times \mathbf{z}, (1 - \alpha) \times \mathbf{y})$, permettant de contrôler la variabilité et la fidélité des séries temporelles générées par rapport aux conditions données.

3.2 Experimentations et Résultats

Jeux de données. Nous utilisons les jeux de données de l’archive UEA pour STM catégorisées en différentes classes (Bagnall et al., 2018) : *Epilepsy*, *Heartbeat*, *FaceDetection*, *FingerMovements*, *ArticulatoryWordRecognition*. La moyenne et l’écart type sont calculés sur une division fixe train/test sur 10 runs avec initialisation aléatoire. Pour le conditionnement sur des Variables Catégorielles, la classe de chaque STM est utilisée comme condition, encodée en vecteurs one-hot, transformée linéairement, et fusionnée au vecteur de bruit z . Pour le conditionnement sur des STM, nous avons mis en œuvre une méthodologie pour découvrir les relations et la causalité au sein de nos jeux de données afin d’identifier les prédicteurs et les cibles appropriés pour nos tâches de génération. La première étape consiste à réaliser une analyse de corrélation de Pearson pour enquêter sur la présence d’associations linéaires entre des paires de variables, identifiant celles ayant des connexions significatives. Ensuite, nous utilisons le Test de causalité de Granger pour déterminer si une variable peut servir à prédire une autre, fournissant des aperçus des relations causales potentielles. Pour assurer la précision du test de Granger, le décalage temporel optimal est déterminé en utilisant la modélisation ARIMA, sélectionnant le décalage maximal optimal à travers toutes les dimensions. Cette approche méthodique nous a permis de sélectionner des prédicteurs et des cibles pertinents et appropriés pour chaque jeu de données.

Stratégie de Conditionnement. RCGAN et TCGAN conditionnent leurs modèles en concaténant la condition au vecteur de bruit, une méthode peu efficace pour les séries temporelles multivariées qui résulte en vecteurs trop longs. Le MTS-CGAN améliore cela en intégrant la condition avec le bruit via la dimension du canal, préservant la structure du bruit et facilitant la capture des motifs temporels par le modèle avant l’application du self-attention.

Métriques d’Évaluation. Nous avons sélectionné trois métriques pour évaluer les performances des modèles. La première est la MTS-FID, une adaptation du FID traditionnel, qui mesure la similarité entre les données générées et réelles en évaluant la distance entre leurs distributions à l’aide de statistiques provenant de leurs ensembles d’échantillons. Ensuite, la métrique PAAG (Post-Augmentation Accuracy Gain) quantifie l’efficacité du modèle à améliorer la précision du classifieur grâce à l’augmentation des données. Elle évalue la différence de précision entre le classifieur entraîné sur le jeu de données original et le même classifieur entraîné sur un jeu enrichi par les données générées. Enfin, la métrique de Diversité évalue la capacité du modèle à générer des sorties diversifiées, contribuant à assurer une représentation complète de la distribution des données. Ces trois métriques nous donnent une idée claire des forces de notre modèle et des domaines à améliorer.

Comparaison aux modèles de l’état de l’art. Nous comparons MTS-CGAN à deux modèles de l’état de l’art : RCGAN (basé sur des RNN) et T-CGAN (utilisant des CNN), mettant en évidence les avantages des Transformers pour la génération conditionnelle de STM. À noter, T-CGAN est initialement conçu pour générer des séries univariées ; pour les besoins de notre étude, nous avons fusionné les sorties pour créer des STM. Le tableau 2 montre que MTS-CGAN a une performance supérieure ou compétitive en termes de MTS-FID, confirmant son efficacité à produire fidèlement la distribution des STM. Pour le PAAG, MTS-CGAN tend

également à surpasser ou égaler les autres modèles, démontrant son potentiel pour améliorer la qualité des jeux de données. Cependant, les résultats sont mitigés pour la métrique de diversité. Bien que MTS-CGAN montre une bonne diversité dans certains jeux de données, dans d'autres, notamment *Heartbeat*, son score de diversité est nettement inférieur par rapport à RCGAN. Nous observons également que MTS-CGAN a un score de diversité inférieur à celui de RCGAN et T-CGAN dans la plupart des jeux de données. Cette différence de diversité peut être attribuée aux architectures distinctes des modèles. Les Transformers, avec leur mécanisme d'attention globale, tendent à générer des échantillons qui privilégient les motifs dominants observés lors de l'entraînement. Bien que cela puisse résulter en une fidélité accrue à la distribution réelle des données (comme le montrent les scores compétitifs de MTS-FID et PAAG de notre modèle), cela peut se faire au détriment de la diversité, puisque le modèle explore moins l'espace des sorties possibles. En raison de problèmes de mémoire, T-CGAN n'a pas pu s'entraîner sur le jeu de données *Heartbeat*, qui compte 405 pas de temps. Cela montre que ce type d'architecture nécessiterait beaucoup de ressources de calcul pour de longues séries temporelles. Le tableau 3 rapporte les performances de RCGAN, T-CGAN, et notre MTS-CGAN proposé à travers les jeux de données de l'archive UEA, conditionnés sur des variables catégorielles. MTS-CGAN atteint fréquemment les scores MTS-FID les plus bas, soulignant sa capacité constante à produire des données avec une haute fidélité aux jeux de données réels. Cependant, cette performance supérieure en termes de fidélité ne se traduit pas toujours par une diversité accrue. Lorsqu'on considère le PAAG, MTS-CGAN montre à nouveau une forte performance, en particulier dans les jeux de données *Epilepsy*, *FingerMovements*, et *FaceDetection*. Cela implique que les données augmentées par MTS-CGAN peuvent être utilisées pour améliorer la précision de classification de séries temporelles, réaffirmant l'utilité de notre approche dans les applications pratiques où l'augmentation des données peut aider à surmonter les limitations des petits jeux de données. Dans l'ensemble, les résultats suggèrent que MTS-CGAN excelle dans la génération de séries temporelles multivariées, en fonction de différents types de conditions, particulièrement pour les applications qui privilégient des représentations de séries temporelles précises et cohérentes.

TAB. 2 – Performance des modèles sur les jeux de données UEA en utilisant des conditions STM. OOM : Out-Of-Memory.

Jeu de Données	Métrique	RCGAN	T-CGAN	MTS-CGAN
Heartbeat	MTS-FID	9.899 ± 0.012	OOM	9.566 ± 0.003
	PAAG	(+) 4.951%	OOM	(+) 4.829%
	Diversity	4.376 ± 0.454	OOM	1.221 ± 0.014
FingerMovements	MTS-FID	1.177 ± 0.123	0.171 ± 0.011	0.159 ± 0.002
	PAAG	(+) 1.200%	(+) 0.842%	(+) 3.461%
	Diversity	2.478 ± 0.094	0.042 ± 0.012	0.669 ± 0.004
Epilepsy	MTS-FID	7.092 ± 0.004	5.078 ± 0.265	4.762 ± 0.050
	PAAG	(+) 4.190%	(+) 10.009%	(+) 12.009%
	Diversity	0.191 ± 0.124	16.303 ± 0.138	15.677 ± 0.059
FaceDetection	MTS-FID	3.587 ± 0.185	3.267 ± 0.124	2.275 ± 0.041
	PAAG	(+) 0.800%	(+) 2.100%	(+) 5.400%
	Diversity	9.440 ± 0.044	7.587 ± 0.245	8.758 ± 0.038
ArtiWordRecog.	MTS-FID	7.034 ± 0.626	4.685 ± 0.314	5.007 ± 0.016
	PAAG	(+) 2.343%	(+) 4.691%	(+) 4.865%
	Diversity	14.998 ± 2.109	8.452 ± 0.203	7.599 ± 0.117

TAB. 3 – Performance des modèles sur les jeux de données UEA en utilisant des conditions catégorielles.

Jeu de Données	Metric	RCGAN	T-CGAN	MTS-CGAN
Heartbeat	MTS-FID	11.063 $\pm$ 0.611	12.004 $\pm$ 0.717	10.922 $\pm$ 0.001
	PAAG	(-) 0.436%	(-) 2.997%	(+) 0.051 %
	Diversity	12.378 $\pm$ 3.860	13.304 $\pm$ 3.788	1.659 $\pm$ 0.004
FingerMovements	MTS-FID	0.124 $\pm$ 0.017	0.110 $\pm$ 0.010	0.075 $\pm$ 0.001
	PAAG	(+) 1.547%	(-) 0.119%	(+) 2.976 %
	Diversity	1.849 $\pm$ 0.559	0.424 $\pm$ 0.030	0.183 $\pm$ 0.004
Epilepsy	MTS-FID	3.556 $\pm$ 0.109	4.212 $\pm$ 0.094	4.128 $\pm$ 0.025
	PAAG	(+) 8.263%	(+) 11.354%	(+) 12.990 %
	Diversity	16.458 $\pm$ 0.978	10.265 $\pm$ 0.146	13.051 $\pm$ 0.255
FaceDetection	MTS-FID	2.300 $\pm$ 0.310	3.244 $\pm$ 0.179	1.943 $\pm$ 0.086
	PAAG	(+) 2.600%	(+) 2.300%	(+) 3.700 %
	Diversity	9.514 $\pm$ 0.330	6.067 $\pm$ 0.347	10.348 $\pm$ 0.049
ArtiWordRecog.	MTS-FID	4.263 $\pm$ 0.722	4.734 $\pm$ 0.260	4.951 $\pm$ 0.010
	PAAG	(+) 2.520%	(+) 3.563%	(+) 3.825 %
	Diversity	17.771 $\pm$ 1.014	12.427 $\pm$ 0.424	14.736 $\pm$ 0.059

4 Conclusion

Nous avons introduit une architecture pour la génération conditionnelle de STM utilisant des Transformers, éliminant l'utilisation de la récurrence. Ce modèle apprend efficacement la distribution des données observées sous diverses conditions, grâce à ses mécanismes de self-attention qui gèrent bien les dépendances multivariées complexes. Les résultats indiquent que notre MTS-CGAN produit des données synthétiques de haute qualité. À l'avenir, nous prévoyons de tester le MTS-CGAN avec des données réelles, comme celles provenant de simulations de moteurs d'avions, et d'étudier d'autres modèles génératifs pour les STM.

Références

- Bagnall, A., H. A. Dau, J. Lines, M. Flynn, J. Large, A. Bostrom, P. Southam, et E. Keogh (2018). The uea multivariate time series classification archive, 2018. *arXiv preprint arXiv :1811.00075*.
- Dosovitskiy, A., L. Beyer, A. Kolesnikov, D. Weissenborn, X. Zhai, T. Unterthiner, M. Dehghani, M. Minderer, G. Heigold, S. Gelly, et al. (2020). An image is worth 16x16 words : Transformers for image recognition at scale. *arXiv preprint arXiv :2010.11929*.
- Esteban, C., S. L. Hyland, et G. Rätsch (2017). Real-valued (medical) time series generation with recurrent conditional gans. *arXiv preprint arXiv :1706.02633*.
- Goodfellow, I., J. Pouget-Abadie, M. Mirza, B. Xu, D. Warde-Farley, S. Ozair, A. Courville, et Y. Bengio (2014). Generative adversarial nets. *Advances in neural information processing systems* 27.
- Jiang, Y., S. Chang, et Z. Wang (2021). Transgan : Two transformers can make one strong gan. *arXiv preprint arXiv :2102.07074* 1(3).

- Li, X., V. Metsis, H. Wang, et A. H. H. Ngu (2022a). TTS-GAN : A transformer-based time-series generative adversarial network. *arXiv preprint arXiv :2202.02691*.
- Li, X., A. H. H. Ngu, et V. Metsis (2022b). TTS-CGAN : A transformer time-series conditional gan for biosignal data augmentation. *arXiv preprint arXiv :2206.13676*.
- Madane, A., F. Forest, H. Azzag, M. Lebbah, et J. Lacaille (2024). One-pass generation of multivariate time series through conditional multivariate modeling. In *2024 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN)*, pp. 1–9. IEEE.
- Mao, X., Q. Li, H. Xie, R. Y. Lau, Z. Wang, et S. Paul Smolley (2017). Least squares generative adversarial networks. In *Proceedings of the IEEE international conference on computer vision*, pp. 2794–2802.
- Mirza, M. et S. Osindero (2014). Conditional generative adversarial nets. *arXiv preprint arXiv :1411.1784*.
- Ramponi, G., P. Protopapas, M. Brambilla, et R. Janssen (2018). T-cgan : Conditional generative adversarial network for data augmentation in noisy time series with irregular sampling. *arXiv preprint arXiv :1811.08295*.
- Vaswani, A., N. Shazeer, N. Parmar, J. Uszkoreit, L. Jones, A. N. Gomez, Ł. Kaiser, et I. Polosukhin (2017). Attention is all you need. *Advances in neural information processing systems* 30.
- Wiese, M., R. Knobloch, R. Korn, et P. Kretschmer (2020). Quant gans : Deep generation of financial time series. *Quantitative Finance* 20(9), 1419–1440.
- Yoon, J., D. Jarrett, et M. Van der Schaar (2019). Time-series generative adversarial networks. *Advances in Neural Information Processing Systems* 32.
- Yu, L., W. Zhang, J. Wang, et Y. Yu (2017). Seqgan : Sequence generative adversarial nets with policy gradient. In *Proceedings of the AAAI conference on artificial intelligence*, Volume 31.

Summary

This paper proposes MTS-CGAN, a Conditional Generative Adversarial Network for Multivariate Time Series, with both the generator and discriminator networks based on Transformers. MTS-CGAN leverages encoded context for conditional generation, allowing the generation of complex time series in a single pass and outperforming existing models, particularly in mixed distribution contexts. We evaluate MTS-CGAN using quantitative and qualitative metrics across various multivariate time series datasets. Additionally, we introduce an innovative adaptation of the Frechet Inception Distance (FID) for time series, providing a robust measure of the quality of generated data. This research highlights the potential of MTS-CGAN in generating high-quality multivariate time series.